UM MÉTODO HEURÍSTICO PARA O PROBLEMA DE CORTE DE PEÇAS IRREGULARES

Luiz Henrique Cherri
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, ICMC, USP
lhcherri@icmc.usp.br

Franklina Maria Bragion de Toledo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, ICMC, USP
fran@icmc.usp.br

Maria Antónia Carravilla
Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, FEUP
mac@fe.up.pt

RESUMO

Os problemas de corte e empacotamento são estudados há mais de cinco décadas. Inserido nesta classe de problemas, o problema de corte de peças irregulares é classificado como irregular e bidimensional. Devido à sua dificuldade, os métodos propostos para sua resolução são predominantemente heurísticos e apesar de diversas pesquisas serem desenvolvidas em torno deste problema, poucas destas heurísticas têm sua base em modelos matemáticos. Neste trabalho, abordamos o problema em que as peças são cortadas a partir de uma placa retangular de altura fixa e comprimento a ser minimizado. Propomos um método que combina heurísticas inspiradas na literatura com métodos exatos para a resolução do problema. Testes computacionais comprovam a eficácia do método proposto na busca por soluções factíveis para o problema.

PALAVRAS-CHAVE: Corte irregular, heurística, programação inteira.

1. Introdução

Os problemas de corte e empacotamento aparecem com frequência no planejamento da produção de muitas indústrias. Nestes problemas um ou mais objetos devem ser divididos em peças menores. O problema de corte de peças irregulares é um caso especial dos problemas de corte e empacotamento. O problema abordado neste trabalho consiste em cortar peças irregulares a partir de uma placa retangular de largura fixa e comprimento ilimitado. O objetivo é minimizar o comprimento total utilizado da placa.

O problema de corte de peças irregulares faz parte do grupo de problemas de otimização combinatória classificados como NP-completo (Fowler et al., 1981). Devido à sua complexidade de resolução poucos trabalhos o abordam de forma exata. Carravilla et al. (2003) propuseram a primeira abordagem exata para o problema utilizando um método de solução baseado em enumeração implícita e programação por restrições. Modelos matemáticos para a representação do problema nos quais o posicionamento das peças é realizado utilizando variáveis contínuas e a análise de sobreposição entre as peças feita com auxílio de variáveis binárias são apresentados em Gomes e Oliveira (2006), Fischetti e Luzzi (2009) e Alvarez-Valdes et al. (2013). Um modelo matemático que trata o posicionamento das peças na placa sobre discretizada por uma malha de pontos preestabelecida foi proposto por Toledo et al. (2013). Com esta abordagem foi possível obter soluções ótimas para instâncias de médio porte, sujeitas à discretização utilizada.

Em contraste ao pequeno número de métodos exatos para a resolução do problema, diversos métodos heurísticos foram propostos. Estes métodos podem ser classificados como heurísticas construtivas ou heurísticas de melhoria. Heurísticas construtivas visam a criação de uma solução inicial para o problema. Heurísticas de melhoria têm por objetivo aumentar a qualidade de soluções já existentes para o problema. Uma revisão detalhada sobre métodos heurísticos é feita em Bennell e Oliveira (2009).

Neste trabalho combinamos métodos heurísticos e exatos para o desenvolvimento de um método heurístico para a resolução do problema com o objetivo de obter um bom compromisso entre qualidade e tempo de solução. A heurística é composta por fases de construção e melhoria da solução. Testes computacionais foram realizados e os resultados obtidos são comparados aos apresentados por Toledo et al. (2013).

2. Descrição do problema

O problema de corte de peças irregulares abordado consiste em cortar peças, convexas e não convexas, a partir de uma placa de altura fixa e comprimento infinito. O objetivo do problema é de cunho econômico e visa minimizar o comprimento total utilizado da placa. Diversas indústrias possuem esse problema em parte de seu planejamento de produção, tais como: confecções; metal mecânica; moveleira; calçadista, entre outras. Uma solução é factível para o problema se: a) as peças não se sobrepõem; b) as peças são alocadas inteiramente dentro da placa; e c) todas as peças são cortadas.

Um modelo matemático inteiro misto para a resolução deste problema foi proposto por Toledo et al. (2013). Neste modelo a placa é representada por uma malha de pontos. Cada peça é definida por um conjunto de vértices e um vértice deste conjunto é selecionado para ser seu ponto de referência. Os pontos de referência das peças podem ser alocados somente sobre os pontos da malha de pontos. Para verificar se há sobreposição entre as peças e garantir que as mesmas estão inteiramente dentro da placa são utilizadas as estruturas *nofit polygon* e *inner fit polygon* (Bennell e Oliveira, 2008).

3. Métodos e abordagens

Neste trabalho, desenvolvemos um método heurístico baseado no modelo de Toledo et al. (2013) para a resolução do problema de corte de peças irregulares com o objetivo de obter soluções de boa qualidade para o problema em tempo computacional aceitável. A heurística proposta pode ser dividida em duas partes: a) construção de solução e b) melhoria da solução. Na primeira parte, o problema é resolvido em etapas. Na primeira etapa, um problema no qual apenas uma parte das peças deve ser alocada na placa é resolvido. O número de peças cuja demanda é atendida cresce a cada etapa. Em cada etapa, é solucionado um problema com parte das peças fixas na placa, parte das peças com movimentação restrita e parte das peças livres. Ao final de cada etapa, o conjunto de peças que era livre passa a ter restrições sobre seus movimentos, um conjunto de peças que tinha a possibilidade de se movimentar parcialmente é fixado e é adicionado um novo conjunto de peças para serem livremente alocadas. No final do processo temos uma solução para o problema.

Na segunda parte, a partir da solução obtida, adicionamos uma nova restrição ao modelo de Toledo et al. (2013). Assim, permitimos que metade das peças alocadas na solução encontrada na primeira parte possa mudar de posição, e então resolvemos o problema em busca de uma solução de melhor qualidade. Se uma solução de melhor qualidade for encontrada a etapa é repetida, caso contrário o processo chega ao fim.

4. Resultados

Testes foram conduzidos em um computador com processador Intel Core i7-2600 3.4 GHz, 16 Gb de memória e sistema operacional Ubuntu 12.04. Os métodos foram implementados em linguagem C/C++ e, para a resolução dos subproblemas, foi utilizado o software de otimização CPLEX 12.5. O modelo de Toledo et al. (2013) foi implementado nesta mesma plataforma para realizarmos uma avaliação justa entre o método heurístico e o método exato. As instâncias utilizadas são as mesmas utilizadas por Toledo et al. (2013). As instâncias Bi e BP2P4_j_k são compostas respectivamente pos sete e dois tipos de peças.

Na Tabela 1 apresentamos os resultados computacionais. As três primeiras colunas da tabela apresentam respectivamente a identificação das instâncias, o número total de peças e os limitantes superiores utilizados. As colunas 4, 5 e 6, apresentam os resultados obtidos pelo modelo matemático de Toledo et al. (2013), contendo o valor da solução, o tempo computacional para encontrar a melhor solução factível e o tempo decorrido na tentativa de provar de otimalidade. O valor das soluções e os respectivos tempos utilizando somente a primeira fase da heurística são apresentados nas colunas 8 e 9. Por fim, as colunas 10 e 11, apresentam o valor das soluções e tempos computacionais para resolução do problema com heurística completa.

Tabela 1: Resultados computacionais

Instância	Nº total de peças	Lim. superior	Toledo et al. (2013)			Fase construtiva		Fase construtiva com melhoria	
			Sol.	T. (s)	T. (opt.)	Sol.	T. (s)	Sol.	T. (s)
B1	7	8	8	1	1	**8**	1	**8**	1
B2	14	15	14	16	19	15	10	**14**	12
B3	21	33	20	1885	2002	22	30	21	36
B4	28	38	28	336	TL	**28**	71	**28**	116
B5	35	37	35	1478	TL	36	217	**35**	273
BP2P4_4_3	7	60	11	1	1	**11**	0	**11**	0
BP2P4_7_7	14	60	19	2	1	**19**	0	**19**	0
BP2P4_11_10	21	60	28	2	3	**28**	2	**28**	2
BP2P4_14_14	28	60	38	3	50	**38**	5	**38**	6
BP2P4_18_17	35	60	47	3	208	**47**	5	**47**	8
BP2P4_21_21	42	60	56	3	364	**56**	6	**56**	13
BP2P4_28_28	56	100	74	3	TL	75	12	**74**	39
BP2P4_35_35	70	100	93	3	TL	95	13	94	110

Comparando os resultados obtidos ao final da primeira e da segunda fase da heurística, podemos notar que, para as instâncias com dois tipos de peças, 2 soluções foram melhoradas e, para as instâncias com sete tipos de peças, 3 soluções foram melhoradas. Ainda, o valor das soluções obtidas em Toledo et al. (2013) e pela segunda fase do método heurístico só diferem para B3 e BP2P4_35_35.

Em relação ao tempo computacional, para as instâncias com dois tipos de peças, os resultados obtidos pela primeira e segunda fase do método heurístico podem diferir em mais de 8 vezes (BP2P4_35_35). Para as instâncias com sete tipos de peças, a diferença dos tempos de execução entre a primeira e da segunda fase da heurística é menos significativa.

Analisando os tempos computacionais para o modelo encontrar a melhor solução do processo de busca e para a segunda fase do método heurístico obter uma solução, notamos que para dois tipos de peças o modelo obtém a melhor solução em poucos segundos, o que não justifica o uso da heurística nesses casos. Para as instâncias com sete peças, a heurística obtém a solução mais rápido que o método exato, indicando que a heurística pode ser útil na resolução de problemas com maior número de peças. Vale ressaltar que o método proposto, conseguiu encontrar uma solução de boa qualidade para todas as instâncias apresentadas em menos de cinco minutos.

5. Conclusões

Um método heurístico para a resolução do problema de corte de peças irregulares foi proposto. O método é composto por duas fases: 1) construção de uma solução; e 2) melhoria da solução. Desta forma, foi possível obter soluções de boa qualidade para o problema em menos de cinco minutos, o que abre os horizontes para a exploração de problemas de maior porte ou então para a utilização de uma malha de cálculo mais precisa para a resolução do problema.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro da FAPESP(2012/18653-8 e 2010/10133-0) e CNPq (300713/2010-0).

Referências

Alvarez-Valdes, R.; Martinez, A.,; Tamarit, J. (2013). A branch & bound algorithm for cutting and packing irregularly shaped pieces. *International Journal of Production Economics*, 145(2), 463 – 477.

Bennell, J. A.; Oliveira, J. F. (2008). The geometry of nesting problems: A tutorial. *European Journal of Operational Research*, 184(2), 397 – 415.

Bennell, J. A.; Oliveira, J. F. (2009). A tutorial in irregular shape packing problems. *Journal of the Operational Research Society*, 60(60), S93–S105.

Carravilla, M. A.; Ribeiro, C.,; Oliveira, J. F. (2003). Solving nesting problems with non-convex polygons by constraint logic programming. *International Transactions in Operational Research*, 10(6), 651–663.

Fischetti, M.; Luzzi, I. (2009). Mixed-integer programming models for nesting problems. *Journal of Heuristics*, 15(3), 201–226.

Fowler, R. J.; Paterson, M.,; Tanimoto, S. L. (1981). Optimal packing and covering in the plane are np-complete. *Inf. Process. Lett.*, 12(3), 133–137.

Gomes, A.; Oliveira, J. F. (2006). Solving irregular strip packing problems by hybridising simulated annealing and linear programming. *European Journal of Operational Research*, 171(3), 811–829.

Toledo, F. M. B.; Carravilla, M. A.; Ribeiro, C.; Oliveira, J. F.,; Gomes, A. M. (2013). The dotted-board model: a new mip model for nesting irregular shapes. *International Journal of Production Economics*, 145(2), 478 – 487.