

# ANÁLISE ESTATÍSTICA DA DECISÃO PARA TRATAR O PROBLEMA DE ROTEAMENTO E COBERTURA COM MÁXIMO RETORNO ÀS ÁREAS SENSÍVEIS

**Maria José Pinto, Mônica Maria De Marchi**  
Instituto de Estudos Avançados (IEAv)  
E-mails: maju@ieav.cta.br, monica@ieav.cta.br

**Carlos Alberto Lima Araújo Júnior, Rodrigo Arnaldo Scarpel**  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)  
E-mails: carlosalbertolajr@gmail.com, rodrigo@ita.br

## RESUMO

O problema de roteamento e cobertura com máximo retorno às áreas sensíveis busca determinar rotas eficientes para cobrir um conjunto de áreas em uma região onde algumas destas áreas, denominadas sensíveis, precisam ser revisitadas o mais breve possível. Em trabalhos anteriores, o problema foi denominado CRPMRCA (do inglês, *Covering-Routing Problem with Maximum Returns to Critical Areas*) e considerado multiobjetivo devido ao *trade-off* entre a minimização do custo e a maximização dos retornos às áreas sensíveis. Neste trabalho, estamos propondo uma nova abordagem utilizando conceitos de Análise Estatística da Decisão, onde o CRPMRCA será tratado como um problema de decisão onde, dadas diferentes configurações de rotas possíveis e seus respectivos retornos às áreas sensíveis, a decisão consistirá em definir a rota com maior retorno possível em utilidade. Como aplicação, o problema tem sido considerado em cenários de gerenciamento de crises, busca e salvamento e vigilância do espaço aéreo.

**PALAVRAS-CHAVE: Roteamento, Cobertura, Análise Estatística da Decisão, Áreas Sensíveis.**

## 1. Introdução

O processo de tomada de decisão em cenários complexos envolvendo incertezas e uma grande variedade de informações e de entidades responsáveis pela tomada de decisão é extremamente desafiador. Sistemas de gerenciamento de crises (enchentes, terremotos, movimentos sociais, etc), de busca e salvamento e de vigilância do espaço aéreo são exemplos deste tipo de cenário.

Neste contexto, pretende-se apoiar a tomada de decisão aplicando conceitos da Pesquisa Operacional para tratar um problema de roteamento específico onde o objetivo é determinar uma rota eficiente para cobrir (monitorar) um conjunto de áreas (ou pontos) em uma determinada região onde algumas destas áreas, denominadas sensíveis, precisam ser revisitadas o mais breve possível. Neste caso, a rota gerada poderia ser utilizada para monitoramento da região e geração de informações.

Neste trabalho, fazemos uso da teoria de Análise Estatística da Decisão para resolver o problema onde, para considerar o risco inerente a este tipo de cenário, incorporamos conceitos da Teoria de Utilidade (Bekman e Neto, 1980).

Na Seção 2, apresentamos uma descrição mais detalhada do problema e das abordagens que temos utilizado para tratá-lo. Nas Seções 3 e 4, a nova abordagem será apresentada, juntamente com os resultados obtidos até o momento; e, na Seção 5, serão feitas algumas considerações finais.

## 2. Descrição do problema

Para garantir que as áreas sensíveis permaneçam descobertas o mínimo de tempo possível é interessante buscar a maximização dos retornos a estas áreas. Por outro lado, se as áreas sensíveis forem revisitadas muitas vezes, a rota pode resultar em um custo muito alto. Assim, o problema pode ser visto como multiobjetivo pois existe um *trade-off* entre a maximização de retornos às áreas sensíveis e a minimização dos custos.

Em Lamosa *et al.* (2011), propomos uma formulação matemática multiobjetivo para o CRPMRCA e, em Lamosa *et al.* (2012), apresentamos a primeira tentativa de resolver o problema utilizando uma metodologia multiobjetivo, baseada na formulação matemática proposta. Dentre os métodos clássicos citados em Deb (2001), foi utilizado o “método  $\epsilon$ -restrito”, que consiste em reformular o problema considerando somente um dos objetivos e incluindo os demais como restrições do problema limitados a um valor específico, o qual é atualizado iterativamente de forma a gerar os valores da curva de *trade-off*. Foram consideradas duas abordagens, sendo que a primeira consistiu em maximizar os retornos, limitados a restrições de custo e, a segunda, consistiu em minimizar os custos, com restrições em relação a quantidade de retornos às áreas sensíveis, sendo que a segunda abordagem apresentou melhores resultados.

Em Lamosa *et al.* (2013), foram apresentadas outras duas tentativas para tratar o CRPMRCA, utilizando ainda a formulação matemática proposta. A primeira tentativa consistiu em reduzir o custo dos arcos que passam por uma área sensível de forma a permitir um número maior de retornos à estas áreas. Esta redução foi feita utilizando uma porcentagem fixa dos valores originais. Em seguida, a formulação matemática foi utilizada e, no final, o custo original restaurado para mostrar o aumento resultante no custo final da rota. A segunda tentativa consistiu em manter no grafo somente os nós referentes às áreas sensíveis e utilizar como custo dos arcos o valor do caminho mínimo entre estas áreas. As áreas não sensíveis que, eventualmente, não tenham sido consideradas na geração dos caminhos mínimos são incluídas no grafo. Em seguida, a formulação foi utilizada considerando os nós do novo grafo. Em ambas as tentativas, a formulação matemática considerou somente o objetivo de minimização do custo e o retorno às áreas sensíveis foi permitido. A primeira abordagem obteve resultados satisfatórios ao contrário da segunda abordagem.

## 3. Método e abordagens

Nos trabalhos anteriores, buscava-se rotas otimizadas em relação ao custo e ao número de retornos. Entretanto, considerando os cenários de aplicação e da forma como o problema foi definido, o CRPMRCA pode ser abordado como um problema de decisão, onde a questão de interesse será, dadas inúmeras configurações de rotas possíveis e os respectivos retornos às áreas sensíveis, definir a solução com maior valor de utilidade possível. Ou seja, além do custo e do número de retornos, serão considerados fatores como risco ou a probabilidade de se encontrar o que se está buscando ao realizar uma determinada rota com um determinado número de retornos em uma área (por exemplo, a probabilidade de encontrar um sobrevivente em um cenário de busca e salvamento).

Para auxiliar neste tipo de decisão, estamos propondo uma nova abordagem utilizando conceitos da teoria de Análise Estatística da Decisão e, para considerar o risco inerente a este tipo de cenário, incorporamos conceitos da Teoria de Utilidade (Bekman e Neto, 1980).

Para chegar a cada configuração possível, contemplando variabilidade em relação ao número de retornos às áreas sensíveis, será incluído um nó virtual correspondente a cada retorno. Os custos das arestas que ligam cada nó virtual aos demais nós da rede serão exatamente iguais aos custos relativos ao nó parental. Será considerado, ainda, um custo virtualmente infinito entre os nós virtuais e seu nó parental, a fim de evitar ciclos. Desta forma, o problema passa a ser visto como um PRV (Problema de Roteamento de Veículos). Assim, para resolução do problema pode ser utilizada qualquer metodologia da literatura para resolver o PRV. Neste trabalho, utilizamos a metaheurística *vrp\_rtr* da biblioteca VRPH (Groer, 2014). Como resultado obtemos os valores de

custo, as rotas e o número de entidades que realizam o roteamento.

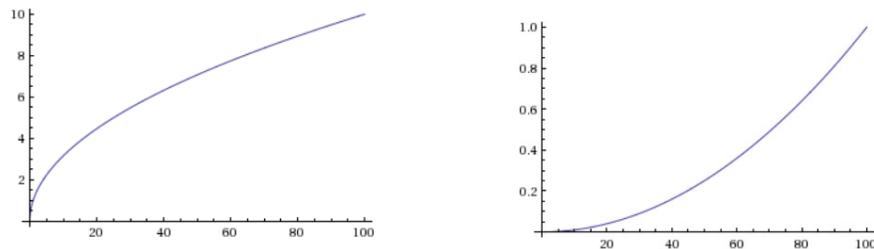
Para avaliar e comparar as configurações obtidas foi utilizada uma função de utilidade baseada no custo, na expectativa de retorno em relação a cada nó visitado e no risco. Essa função foi utilizada considerando que os cenários em estudos envolvem eventos com incertezas associadas. Desta forma, a metodologia proposta permite definir quais configurações maximizam o retorno em utilidade e, conseqüentemente, otimizam a alocação de recursos.

#### 4. Resultados

Os testes computacionais foram realizados utilizando algumas instâncias obtidas da TSPLIB (Reinelt, 1991) para o PRV, onde são fornecidos os pontos (áreas a serem cobertas), o custo dos arcos entre eles, o número e a capacidade das entidades que realizarão o roteamento. Para utilizar estas instâncias, selecionamos aleatoriamente algumas das áreas disponíveis para serem consideradas sensíveis. Os casos de teste utilizados foram:

- n7, r1-5 : caso de teste TSPLIB n7, considerando o nó 4 como área sensível e de 1 a 5 retornos.
- n13, r1-5 : caso de teste TSPLIB n13, considerando o nó 10 como área sensível e de 1 a 5 retornos.
- n31, r1-2 r1-2 : caso de teste TSPLIB n31, considerando os nós 24 e 30 como áreas sensíveis, e uma combinação de 1 a 2 retornos para cada nó.

Para uma análise comparativa dos resultados, foram utilizadas duas configurações de exposição ao risco, representadas pelas curvas de utilidade das Figuras 1a e 1b. A Figura 1a mostra o perfil de um decisor avesso ao risco e a Figura 1b mostra o perfil de um decisor afim ao risco. Conforme será apresentado adiante, a prescrição do comportamento face ao risco é de extrema relevância a fim de definir a escolha da configuração que melhor atende as condições específicas de cada problema em questão.



(a)

Figura 1: (a) Curva de utilidade 1:  $\sqrt{x}$  (b)

(b) Curva de utilidade 2:  $x^2/10000$

As Tabelas 1 a 4 apresentam os resultados obtidos utilizando uma planilha Excel para realizar as simulações. Nas tabelas, o parâmetro **P** corresponde à probabilidade de se encontrar, em um retorno aleatório, o que se está buscando na operação de monitoramento a ser realizada dentro do cenário em questão. Por exemplo, vítimas de um acidente (cenário de gerenciamento de crise ou de busca e salvamento), atividades ilegais em zona de fronteira (monitoramento do espaço aéreo), áreas com perigo de deslizamento (gerenciamento de crise), etc. O parâmetro **M** corresponde ao montante de recursos iniciais disponíveis para a operação, que pode ser definido em unidades monetárias ou em unidades de recursos disponíveis como, por exemplo, tempo disponível, litros de combustível disponíveis, etc. O parâmetro **Prêmio** corresponde ao montante

equivalente em recursos obtidos por se encontrar o que se está pretendendo naquela operação de monitoramento. Para cada configuração, dada a probabilidade a priori, foi calculada a probabilidade de se encontrar o objeto de busca dado o correspondente número de retornos. Para um melhor detalhamento sobre o cálculo de probabilidades, sugere-se consultar Bekman e Neto (1980).

As colunas **R**, **C** e **qE** correspondem ao número de retornos, ao custo e à quantidade de entidades necessárias para realizar o roteamento da configuração correspondente. As colunas **F1** e **F2** são os resultados correspondentes à função de utilidade 1 e 2, respectivamente.

A Tabela 1 apresenta o caso de teste n7 considerando uma baixa quantidade inicial de recurso **M**. Observa-se que o decisor com comportamento de aversão ao risco tenderá a uma escolha conservadora, adotando uma rota com baixo número de retornos (destacado em negrito na coluna **F1**). Já o decisor com alta afinidade ao risco tenderá a ter uma maior utilidade em arriscar a ganhar o prêmio esperado, adotando uma configuração com alto número de retornos (destacado em negrito na coluna **F2**).

Tabela 1: Caso de teste n7 com baixa quantidade inicial de recurso.

| P    | M   | Prêmio | R | C   | qE | F1                 | F2                 |
|------|-----|--------|---|-----|----|--------------------|--------------------|
| 0,01 | 400 | 2000   | 0 | 111 | 2  | <b>17,30843495</b> | 13,5081            |
|      |     |        | 1 | 128 | 3  | 17,11276677        | 17,52352           |
|      |     |        | 2 | 164 | 3  | 16,3104683         | 20,2537744         |
|      |     |        | 3 | 186 | 3  | 15,90639046        | 23,71417754        |
|      |     |        | 4 | 210 | 4  | 15,40203321        | 26,93873625        |
|      |     |        | 5 | 250 | 4  | 14,24418369        | <b>29,16913128</b> |

Na Tabela 2 observamos que uma alteração nos parâmetros de entrada alteram a solução final. Neste caso, reduzimos o valor do prêmio **M** e obtivemos o mesmo comportamento para ambos os decisores. Este resultado é esperado pois, mesmo para uma postura de afinidade ao risco, não convém correr riscos para um prêmio não atrativo.

Tabela 2: Caso de teste n7 com prêmio menor.

| P    | M   | Prêmio | R | C   | qE | F1                 | F2            |
|------|-----|--------|---|-----|----|--------------------|---------------|
| 0,01 | 400 | 2000   | 0 | 111 | 2  | <b>17,11089144</b> | <b>8,8911</b> |
|      |     |        | 1 | 128 | 3  | 16,71714257        | 8,43718       |
|      |     |        | 2 | 164 | 3  | 15,71178401        | 7,0130686     |
|      |     |        | 3 | 186 | 3  | 15,10521345        | 6,407945136   |
|      |     |        | 4 | 210 | 4  | 14,39587928        | 5,766437804   |
|      |     |        | 5 | 250 | 4  | 13,02269915        | 4,590794024   |

Foram obtidos comportamentos semelhantes considerando os casos n13 e n31 de acordo com a variação de parâmetros imposta, ou seja, o modelo comportou-se conforme o esperado em relação à exposição ao risco, custo, quantidade de recursos disponíveis e prêmio.

## 5. Conclusões e perspectivas futuras

Neste trabalho, utilizamos Análise Estatística da Decisão como uma forma de tratar o CRPMRCA. Os resultados obtidos até o momento mostraram-se satisfatórios, pois a solução

sugerida pela metodologia mostrou um comportamento esperado em relação ao perfil de exposição ao risco de cada decisor, representado pelas diferentes curvas de utilidade. Ainda, a configuração que teve a maior utilidade esperada não necessariamente foi a configuração que teve o menor custo ou o maior valor monetário esperado.

Entretanto, apesar da metodologia ter mostrado coerência nos resultados considerando os parâmetros estabelecidos, sugere-se uma calibração estatística dos parâmetros da função utilidade para que estes sejam ainda mais representativos em relação à prescrição do comportamento dos decisores face ao risco para uma aplicação real. Esta necessidade advém do fato das funções de utilidade tomadas até o momento serem funções matemáticas padronizadas, tendo por objetivo apresentar o comportamento desejado para cada caso que se pretendeu demonstrar.

Como continuidade do trabalho, encontra-se em desenvolvimento uma metodologia multiobjetivo para tratar o problema baseada no GRASP (Goldberg e Luna, 2000). Além disso, um novo modelo está sendo desenvolvido para incluir limitações e características ao problema que até o momento não estavam sendo consideradas como, por exemplo, o tempo associado ou a autonomia/capacidade da entidade que realizará o roteamento.

## Referências

- Bekman, O. R.; Costa Neto, P. L.** (1980). *Análise Estatística da Decisão*. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda.
- Deb, K.** (2001). *Multi-objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons.
- Goldberg, M. C., Luna, H. P. L.** (2000). *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*. Rio de Janeiro: Editora Campus.
- Groer, C.** VRPH. Disponível em <<https://projects.coin-or.org/VRPH/wiki>>. Acesso em 10/02/2014.
- Lamosa, M. J. P., Lamosa, D. M., De Marchi, M. M.** (2011). Heurística modificada para um problema de roteamento e cobertura com maximização de retornos às áreas sensíveis – resultados computacionais. *XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*.
- Lamosa, M. J. P., De Marchi, M. M. e Lamosa, D. M.** (2012). O problema de roteamento e cobertura num contexto de gerenciamento de crise. *XLIV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*.
- Lamosa, M. J. P., De Marchi, M. M. e Lamosa, D. M.** (2013). Resolução do problema multiobjetivo de roteamento e cobertura com retorno às áreas sensíveis. *XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO)*.
- Reinelt, G.**, (1991). TSPLIB: A traveling salesman problem library, *ORSA Journal on Computing*, 3, 376-384.