

PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO-ROTEAMENTO-EMPACOTAMENTO COM DEMANDA INCERTA

Thiago A. de Queiroz, José F. Oliveira, Maria A. Carravilla
INESC TEC, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, Portugal.
E-mail: taq@ufg.br, jfo@fe.up.pt, mac@fe.up.pt.

Flávio K. Miyazawa
Instituto de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, Brasil.
E-mail: fkm@ic.unicamp.br.

RESUMO

Neste trabalho é investigado o problema integrado de localização e roteamento para o caso em que há restrições de empacotamento bidimensionais e incerteza na demanda dos clientes. O problema é tratado sobre o ponto de vista de cenários com o objetivo de obter uma solução robusta diante dos diferentes cenários. Para tanto, é apresentado um modelo de programação inteira que envolve decisões a nível estratégico (localização dos depósitos), tático (atendimento de clientes por depósitos) e operacional (rotas partindo dos depósitos para os clientes, incluindo o empacotamento dos itens). Cada rota consiste em um empacotamento bidimensional e é validada por um algoritmo de programação por restrições, de forma que um corte é inserido para cada empacotamento inviável.

PALAVRAS-CHAVE: Problema integrado; Localização de facilidades; Roteamento de veículos; Empacotamento bidimensional; Incerteza na demanda.

1. Introdução

Diversas empresas buscam por um melhor planejamento logístico que pode envolver a localização de depósitos e, em seguida, a distribuição partindo dos depósitos para os clientes finais. Segundo aponta Ribeiro (2009), o custo logístico no Brasil equivale a 17% do seu PIB (Produto Interno Bruto) e é componente básico para o preço final dos produtos. Nesta perspectiva, é necessária a resolução de problemas que possibilitem diminuir, se não minimizar, o custo envolvido nos processos de logística. Para isso, é necessário tratar os diferentes aspectos que surgem a nível estratégico, tático e/ou operacional. Um problema que sistematiza este três níveis consiste no problema integrado de Localização e Roteamento (PLR), em que decisões de nível estratégico (decidir onde localizar depósitos), tático (quais clientes atender a partir de cada depósito) e operacional (quais rotas utilizar) são tomadas simultaneamente.

Autores como Laporte e Norbert (1981); Duhamel et al. (2009) e Jarboui et al. (2013) investigaram o PLR apresentando uma estratégia baseada na resolução de programas inteiros, heurísticas baseada em GRASP e heurísticas de busca em vizinhança, respectivamente. Recentemente, Belenguer et al. (2011) propuseram um algoritmo *branch-and-cut* com eficientes rotinas de separação para a versão capacitada do PLR. A estratégia exata que tem apresentado os melhores resultados para a versão capacitada foi desenvolvida por Contardo et al. (2011) e consiste em um algoritmo do tipo *branch-and-cut-and-price*.

Apesar dos esforços da literatura em lidar com problemas integrados, um problema para o qual não encontramos referências envolve integrar no PLR restrições de carregamento bidimensionais (ou tridimensionais). Neste aspecto, a demanda dos clientes é formada por paletes (variando em largura e comprimento) que devem ser organizadas, sem sobreposição, sobre a superfície do veículo de carga.

Soma-se a isto a volatilidade presente no mercado, de forma que incertezas surgem na demanda dos clientes (Petrovic et al., 2008; Cardoso et al., 2013). Outros tipos de incerteza estão ligadas ao custo da manufatura (Zhou et al., 2008), ou ao custo de armazenamento das mercadorias (Giannoccaro et al., 2003).

Neste trabalho investigamos o PLR com restrições de empacotamento sujeito a incerteza na demanda, sendo a incerteza tratada através de uma abordagem por cenários. O objetivo é fornecer um modelo de programação inteira que possa contribuir no projeto e planejamento de operações logísticas considerando a incerteza como um fator inerente às operações. A Seção 2 formaliza o problema em estudo, enquanto que na Seção 3 é apresentado o modelo inteiro. Por fim, conclusões e direções para trabalhos futuros são dadas na Seção 4.

2. Formalização do Problema

No problema de Localização e Roteamento com restrições de Empacotamento Bidimensionais (PLR2E) é dado: um conjunto de possíveis depósitos I , com capacidade b_i e custo de abertura O_i , para cada $i \in I$; um conjunto de clientes J , com R_j sendo itens retangulares com área total a_j e peso total d_j . Além disso, $r \in R_j$ tem dimensões (l_{jr}, h_{jr}) , área a_{jr} peso d_{jr} ; um conjunto de veículos iguais, de capacidade Q , superfície retangular (L, H) e custo operacional F ; um grafo não direcionado $G = (V, E)$, com $V = I \cup J$ sendo os vértices e E as arestas, cada aresta com custo c associado. O grafo é completo nas relações cliente-cliente e depósito-cliente, porém não existe aresta na relação depósito-depósito.

Uma solução do PLR2E consiste em localizar/abrir um subconjunto de depósitos, dos quais partem rotas limitadas pela capacidade do veículo, em que o número de rotas, por depósito, depende da capacidade do respectivo depósito. Cada rota inicia e termina no mesmo depósito e consiste em um empacotamento viável de itens de clientes na superfície retangular do veículo. Toda a demanda dos clientes deve ser suprida, de forma que cada cliente é visitado uma única vez. O objetivo é minimizar o custo total incorrido da abertura dos depósitos, da determinação das rotas e do uso dos veículos. Consequentemente, o número de rotas é uma decisão a ser tratada dentro do problema.

Para lidar com a incerteza na demanda dos clientes é utilizada uma abordagem por cenários. Cada cenário s possui uma probabilidade p_s de ocorrência, satisfazendo $\sum_{s \in \mathcal{P}} p_s = 100\%$, e representa as diferentes demandas que os clientes podem ter. Assim, desejamos obter soluções que sejam robustas diante da volatilidade do mercado, ao mesmo tempo que efetivas no projeto e planejamento das decisões.

3. Formulação Inteira

O modelo inteiro para o problema em estudo é descrito na formulação 1. A notação: $\delta(S)$ representa as arestas com um extremo em $S \subseteq V$ e outro em $V - S$; e a notação $D_s(S) = \lceil \frac{\sum_{j \in S_s} \sum_{r \in R_j} d_{jr}}{Q} \rceil$ representa um limitante inferior no número de veículos para atender a capacidade de peso dos clientes $S \subseteq J$ de acordo com o cenário $s \in \mathcal{P}$; igualmente quando se considera a área dos itens, isto é, $A_s(S) = \lceil \frac{\sum_{j \in S_s} \sum_{r \in R_j} a_{jr}}{A} \rceil$, em que $A = L \times C$.

As variáveis de decisão do modelo, x , y e z , são binárias e $y_i = 1$ indica que o depósito $i \in I$ foi aberto/localizado; $x_{ijs} = 1$, caso o depósito $i \in I$ atenda o cliente $j \in J$ no cenário $s \in \mathcal{P}$; e, $w_{jks} = 1$, se a aresta $\{j, k\} \in E$ é atravessada uma única vez no cenário $s \in \mathcal{P}$. Para modelar rotas que atendem um único cliente, denominadas *rota única*, consideramos o conjunto fictício $I' = I$ de depósitos e arestas $\{i', j\}$ para $i' \in I'$ e $j \in J$. Note que a decisão de abrir um depósito permanece válida para todos os cenários, pois na prática representa uma decisão de longo prazo, com maior custo comparada com as demais.

$$\min \quad \sum_{i \in I} O_i y_i + \sum_{s \in \mathcal{P}} p_s \left(\frac{F}{2} \sum_{i \in I \cup I'} \sum_{j \in J} w_{ijs} + \sum_{\{i,j\} \in E} c_{ij} w_{ijs} \right)$$

sujeito a :

- (i) $\sum_{i \in I} x_{ijs} = 1, \quad \forall j \in J, \forall s \in \mathcal{P}$
- (ii) $\sum_{j \in J} d_j x_{ijs} \leq b_i y_i, \quad \forall i \in I, \forall s \in \mathcal{P}$
- (iii) $\sum_{s \in \mathcal{P}} x_{ij} \leq y_i |S|, \quad \forall i \in I, \forall j \in J$
- (iv) $\sum_{e \in \delta(j)} w_{es} = 2, \quad \forall j \in J, \forall s \in \mathcal{P}$
- (v) $\sum_{i \in I} \lfloor \frac{b_i}{Q} \rfloor y_i \geq D_s(J), \quad \forall s \in \mathcal{P}$
- (vi) $\sum_{j \in J} (w_{ijs} + w_{i'js}) \geq 2 \frac{\sum_{j \in J} d_{js} x_{ijs}}{Q}, \quad \forall i \in I, \forall s \in \mathcal{P}$
- (vii) $\sum_{i \in I \cup I'} \sum_{j \in J} w_{ijs} \geq 2 \max\{D_s(J); A_s(J)\}, \quad \forall s \in \mathcal{P}$
- (viii) $\sum_{s \in \mathcal{P}} \sum_{j \in J} x_{ijs} \geq y_i, \quad \forall i \in I$
- (ix) $\sum_{e \in \delta(S)} w_{es} \geq 2 \max\{D_s(S), A_s(S)\}, \quad \forall S \subseteq J, \forall s \in \mathcal{P}$
- (x) $\sum_{e \in \delta(S)} w_{es} \geq 2(x_{ijs} + y_i - 1), \quad \forall S \subseteq J, \forall j \in S, \forall i \in I, \forall s \in \mathcal{P}$
- (xi) $\sum_{i' \in I'} w_{i'js} \leq 2 - (\sum_{k \in J} w_{jks} + \sum_{i \in I} w_{ijs}), \quad \forall j \in J, \forall s \in \mathcal{P}$
- (xii) $\sum_{k \in J} w_{jks} \geq 2 - (w_{ijs} + w_{i'js}), \quad \forall j \in J, \forall i \in I : i' = i \in I', \forall s \in \mathcal{P}$
- (xiii) $w_{jks} + x_{ijs} \leq 1 + x_{iks}, \quad \forall j, k \in J, \forall i \in I, \forall s \in \mathcal{P}$
- (xiv) $w_{ijs} \leq x_{ijs}, \quad \forall j \in J, \forall i \in I, \forall s \in \mathcal{P}$
- (xv) $w_{i'js} \leq w_{ijs}, \quad \forall j \in J, \forall i \in I : i' = i \in I', \forall s \in \mathcal{P}$
- (xvi) $w_{i'js} \leq x_{ijs}, \quad \forall j \in J, \forall i \in I : i' = i \in I', \forall s \in \mathcal{P}$
- (xvii) $\sum_{e \in R} w_{es} \leq |R| - 1, \quad \forall R \in \mathcal{R}_s, \forall s \in \mathcal{P}$
- (xviii) $y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I$
- (xix) $x_{ijs} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall s \in \mathcal{P}$
- (xx) $w_{es} \in \{0, 1\}, \quad \forall e \in E, \forall s \in \mathcal{P}$

(1)

Observando a formulação (1), a função objetivo busca minimizar o custo total envolvido na localização dos depósitos mais aquele resultante da probabilidade de ocorrência de cada cenário. O último envolve, para cada cenário, o uso dos veículos, que está relacionado com o número de rotas, e o custo propriamente das rotas. As restrições em (i) garantem que cada cliente, em cada cenário, é atendido por exatamente um depósito, enquanto, em (ii), respeitam a capacidade dos depósitos observando cada cenário. Em (iii) um depósito só pode atender clientes se o mesmo estiver aberto e, em (iv), cada cliente deve ter exatamente duas arestas incidentes, para cada cenário. Existe um número mínimo de depósitos a serem localizados conforme (v) e, então, em (vi), para cada um destes depósitos, observando cada cenário, existe um número mínimo de rotas que devem ser estabelecidas conforme a demanda dos clientes atendidos. Por outro lado, existe um número mínimo total de rotas que devem ser estabelecidas para atender a demanda dos clientes, conforme (vii). Em (viii), se um depósito for aberto, então deve atender pelo menos um cliente.

Para respeitar a capacidade de cada veículo, garante-se em (ix) que o número de arestas no corte para um subconjunto de clientes, em um dado cenário, seja maior que duas vezes a demanda requerida por tais clientes. Em (x), se um cliente é atendido por um depósito em um dado cenário, então deve existir uma rota ligando aquele cliente ao depósito. Por outro lado, em (xi), se existe uma aresta entre um cliente e qualquer outro, então tal cliente não pode fazer parte de uma rota única, enquanto que em (xii), se não existir qualquer aresta entre tal cliente e os demais, então o mesmo deve ser atendido por uma rota única. As restrições em (xiii) obrigam um cliente a ser atendido pelo mesmo depósito de um outro cliente que está conectado com ele. As restrições em (xiv) – (xvi) relacionam as variáveis de forma que uma pode ser ativada somente se a outra também estiver ativa, observando as arestas da relação cliente-depósito. Para lidar com a questão do empacotamento bidimensional, as restrições em (xvii) eliminam o conjunto de rotas em $\mathcal{R}$, de cada cenário, que não têm um empacotamento viável. Por fim, as restrições (xviii) – (xx) especificam que as variáveis são binárias.

Note que o número de restrições em (ix), (x) e (xvii) pode ser muito grande de forma que usamos rotinas de separação para cada uma delas e as inserimos conforme necessário. As rotinas para (ix) e (x), aplicadas em soluções fracionárias e inteiras, são baseadas em cortes mínimos na árvore de *Gomory-Hu* (Gomory e Hu., 1961) e em adaptações das rotinas propostas por Lysgaard et al. (2004) para o problema de roteamento de veículos capacitados. Para separar (xvii), recaímos em um problema que consiste em encontrar um empacotamento viável bidimensional para um dado conjunto de itens. Abordagens com bons resultados têm sido baseadas em resolver modelos de programação por restrições. Neste caso, usamos o algoritmo proposto por Clautiaux et al. (2008), que é aplicado sempre que uma solução inteira é obtida.

4. Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho é proposto um modelo inteiro para um problema integrado de localização e roteamento com restrições de empacotamento bidimensionais e incerteza na demanda dos clientes. O algoritmo para o modelo foi codificado na linguagem C/C++ e o *solver* Gurobi usado para a sua resolução.

O algoritmo está em fase de validação e testes preliminares usando dados adaptados de problemas reais têm sido efetuados. De imediato, a solução ótima tem sido obtida em um tempo aceitável para as aplicações práticas, já que o problema envolve decisões de longo, médio e curto prazo dentro da cadeia de suprimentos. Estamos trabalhando em novas rotinas de separação para as restrições de capacidade e conexidade das rotas. Além disso, no desenvolvimento de limitantes que possam agilizar o algoritmo que lida com o empacotamento de itens.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro recebido das agências de fomento CNPq, FAPEG e FAPESP.

Referências

- Belenguer, J.-M.; Benavent, E.; Prins, C.; Prodhon, C.; Calvo, R. W.** (2011). A branch-and-cut method for the capacitated location-routing problem. *Computers & Operations Research*, 38, 931–941.
- Cardoso, S.; Barbosa-Póvoa, A. P.; Relvas, S.** (2013). Design and planning of supply chains with integration of reverse logistics under demand uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 226, 436–451.
- Clautiaux, F.; Jouglet, A.; Carlier, J.; Moukrim, A.** (2008). A new constraint programming approach for the orthogonal packing problem. *Computers & Operations Research*, 35, 944–959.
- Contardo, C.; Cordeaub, J.-F.; Gendron, B.** (2011). A branch-and-cut-and-price algorithm for the capacitated location-routing problem. Technical Report, CIRRELT-2011-44.
- Duhamel, C.; Lacomme, P.; Prins, C.; Prodhon, C.** (2009). A graspixels approach for the capacitated location-routing problem. *Computers & Operations Research*, 37(11), 1912–1923.
- Giannoccaro, I.; Pontrandolfo, P.; Scozzi, B.** (2003). A fuzzy echelon approach for inventory management in supply chains. *European Journal of Operational Research*, 149, 185–196.
- Gomory, R. E.; Hu., T. C.** (1961). Multi-terminal network flows. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 9(4), 551–570.
- Jarboui, B.; Derbel, H.; Hanafi, S.; Mladenovic, N.** (2013). Variable neighborhood search for location routing. *Computers & Operations Research*, 40, 47–57.
- Laporte, G.; Norbert, Y.** (1981). An exact algorithm for minimizing routing and operating costs in depot location. *European Journal of Operational Research*, 6, 224–226.
- Lysgaard, J.; Letchford, A. N.; Eglese, R. W.** (2004). A new branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical Programming: Series A and B*, 100(2), 423–445.
- Petrovic, D.; Xie, Y.; Burnham, K.; Petrovic, R.** (2008). Coordinated control of distribution supply chains in the presence of a fuzzy customer demand. *European Journal of Operational Research*, 185, 146–158.
- Ribeiro, L. S.** (2009). *Um algoritmo branch-and-price para o problema de localização e roteamento de 3 níveis*. PhD thesis, Programa de Pós-graduação de Engenharia da UFRJ, Rio de Janeiro - RJ.
- Zhou, C.; Zhao, R.; Tang, W.** (2008). Two-echelon supply chain games in a fuzzy environment. *Computers and Industrial Engineering*, 55(2), 390–405.