

MÉTODOS EFICIENTES PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

XVI ONPCE - 2014

LUIZ SATORU OCHI

Professor Titular

Instituto de Computação – Universidade Federal Fluminense (IC-UFF)

<http://www.ic.uff.br/~satoru>

E-MAIL: satoru@ic.uff.br, ou, luiz.satoru@gmail.com

2014

Métodos Eficientes para a solução de Problemas de Roteamento & Scheduling de uma Frota de Veículos

Equipe de Pesquisadores & Colaboradores

Luiz Satoru Ochi (IC-UFF)

Anand Subramanian (UFPB)

Christian Prins (University of Technology of Troyes - UTT)

Eduardo Uchoa (UFF)

El-Ghazali Talbi (Polytech'Lille - University of Lille)

Igor Machado Coelho (IC-UFF & University of Lille)

Lucídio Formiga Cabral (UFPB)

Luidi Simoneti (IC-UFF)

Marcone Jamilson Freitas Souza (UFOP)

Nelson Maculan (UFRJ & IFORS)

Philippe Michelon (Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse)

Puca Huachi Vaz Penna (UFF-Pádua/RJ)

Pablo L Munhoz (IC-UFF & University of Avignon)

Thibaut Vidal (MIT)

Yuri Abitibol (IC-UFF)

Grupo de Pesquisa Operacional da Petrobrás/RJ

Grupo de Pesquisa Operacional do IBGE/RJ

Problemas de Roteamento de Veículos (PRV)

The Vehicle Routing Problems (VRP)

O PRV teve sua origem associada ao trabalho desenvolvido em [Dantzig & Ramser, 1959], denominado *The Truck Dispatching Problem*.

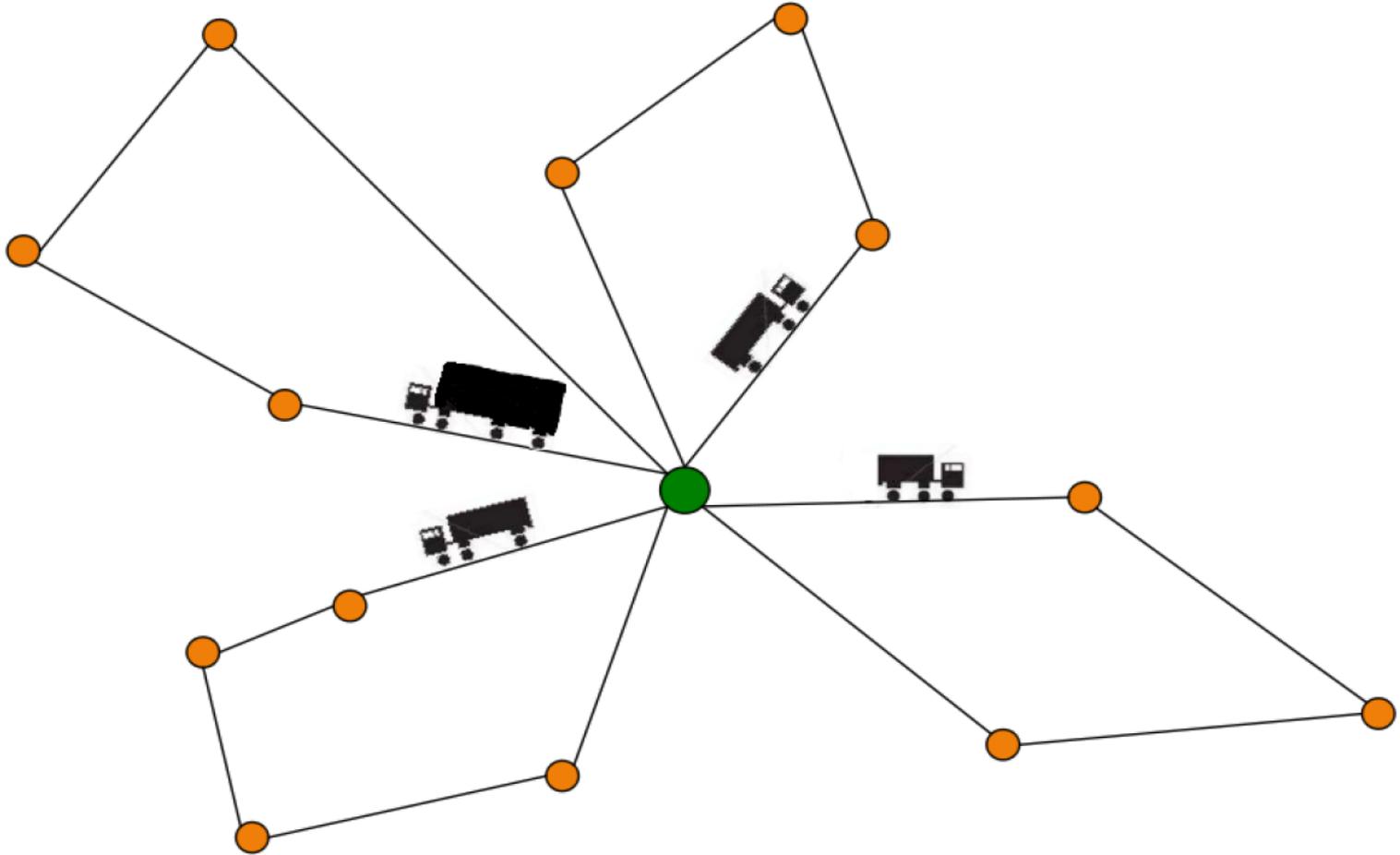
Desde então, tem sido, particularmente nas últimas décadas, um dos problemas mais abordados nas áreas de Otimização Combinatória (OC) e Pesquisa Operacional (PO).

Isso se deve, em parte, ao grande desenvolvimento de métodos de solução e da enorme variedade de aplicações existentes para o PRV.

Outro aspecto que tem contribuído de forma significativa para este sucesso, é a eficiência destes métodos no sentido operacional, ou seja, muitas das técnicas desenvolvidas têm se mostrado muito eficientes quando implementadas em situações reais em diferentes empresas das áreas de transporte.

O PRV é uma generalização do Clássico Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e pertence a classe NP-Hard

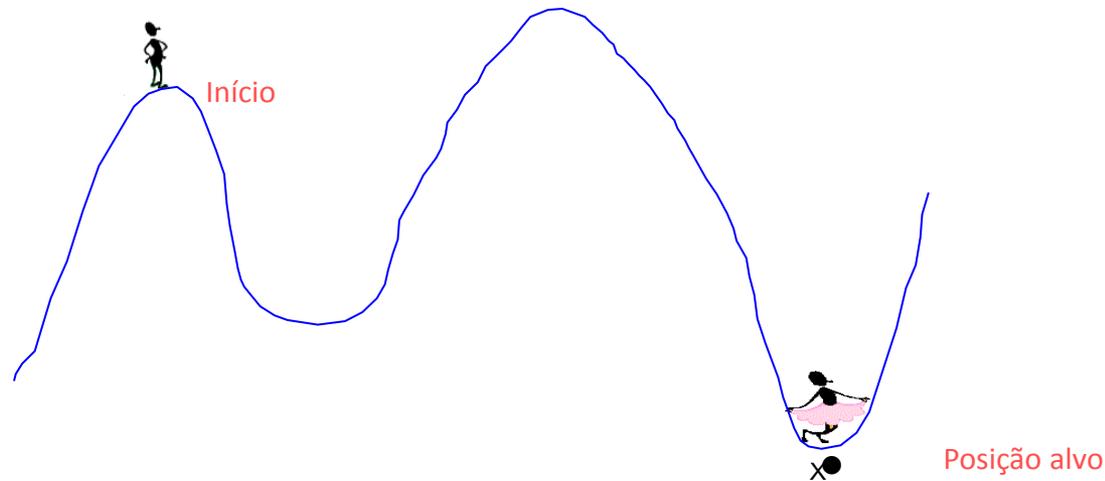
Uma ilustração de uma solução de um modelo básico de VRP



Metaheurísticas

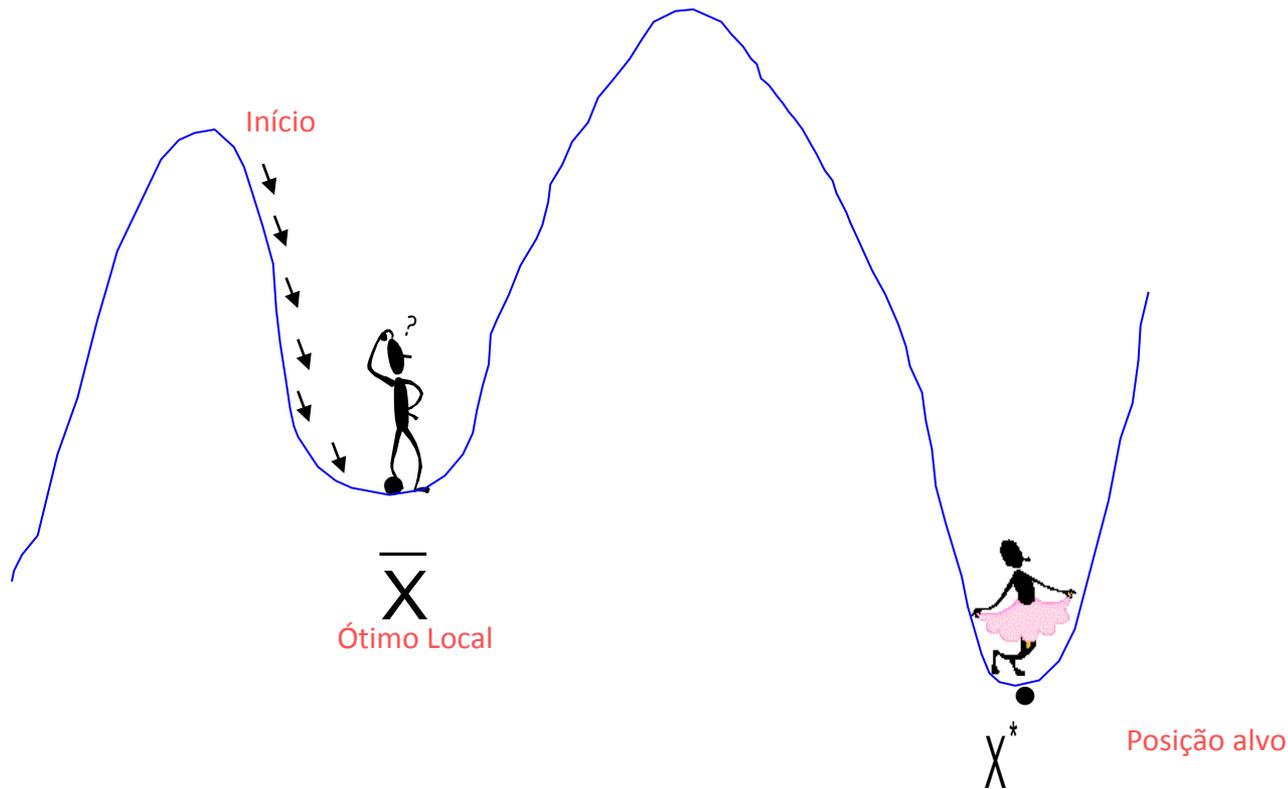
Quais são as principais diferenças entre Heurísticas tradicionais e Metaheurísticas?

Metaheurísticas ao contrário das Heurísticas tradicionais possuem ferramentas que ajudam a escapar de ótimos locais ainda distantes de um ótimo global

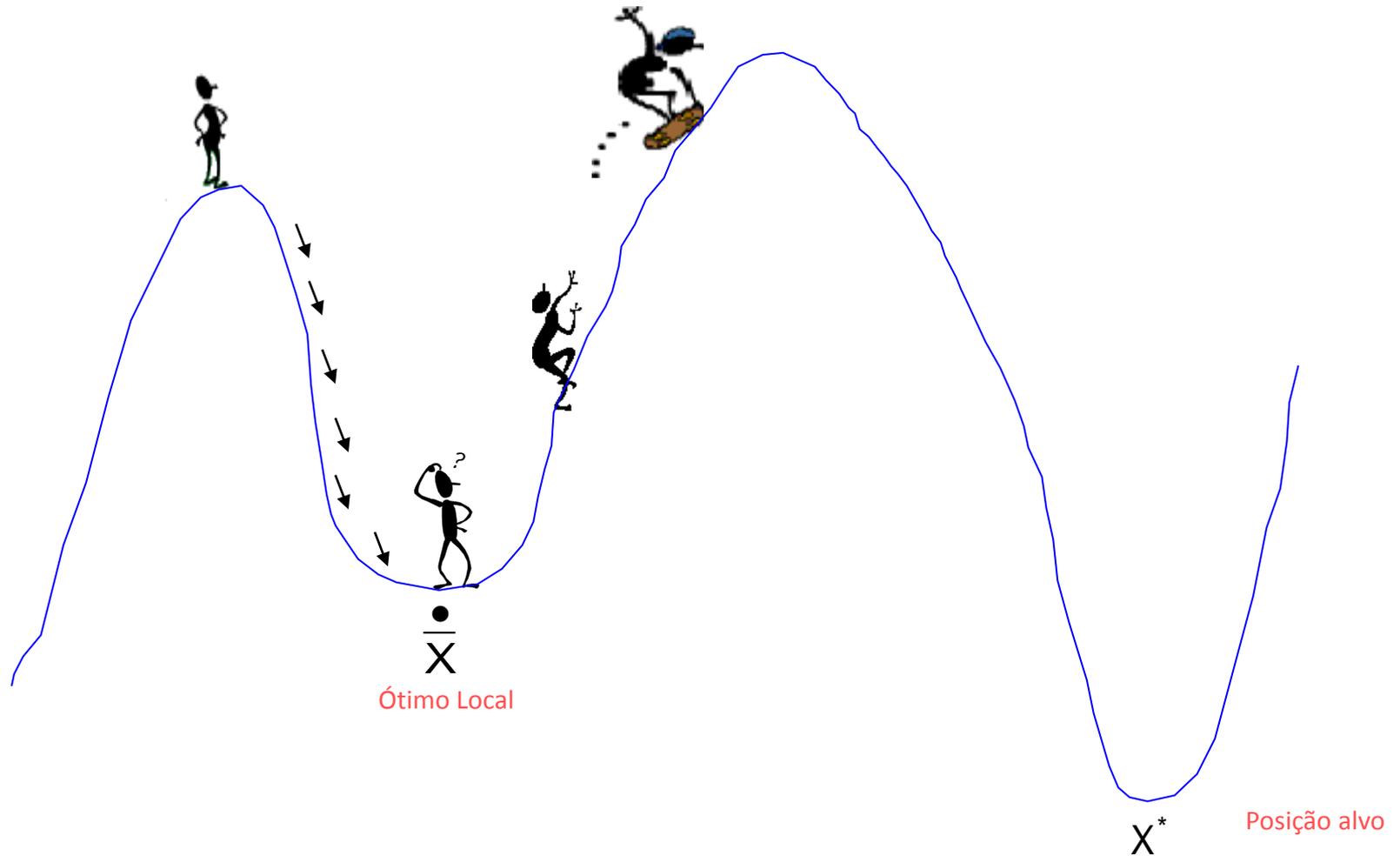


Mas quais são as principais diferenças entre Heurísticas tradicionais e Metaheurísticas?

Comportamento típico de uma heurística gulosa



Comportamento típico de uma Metaheurística



Tendências...

Na área de Metaheurísticas, atualmente existe tendência ao uso de Métodos Híbridos:

H1) *Conjugando várias metaheurísticas num mesmo algoritmo:*

ex:

- . AG/AE com população inicial gerado pela etapa de construção da Metaheurística GRASP.
- . AG/AE, com módulo de Busca Local para um subconjunto das melhores soluções geradas (conjunto elite).
- . Metaheurísticas com Busca Local tipo VNS, VND, ou RVND.
- *Exemplo bem sucedido: ILS com busca local RVND.*

Na área de Metaheurísticas, atualmente existe tendência ao uso de Métodos Híbridos:

Outra forma de Métodos Híbridos que tem feito
sucesso nos últimos anos...

H2) Conjugando Metaheurísticas com Métodos Exatos
de Programação Matemática: ***Matheuristics***.

Exemplos:

***E1. Efetuar uma busca local mais “pesada” utilizando
uma formulação matemática do Problema +
software CPLEX, XPRESS, outros.***

- Exemplo: ***“Local Branching” (LB)***: Proposto por
Fischetti e Lodi em 2002.

Alguns exemplos bem sucedidos: Conjugando Metaheurísticas com Métodos Exatos de Programação Matemática

1. "A hybrid algorithm for a class of vehicle routing problems" **Autores:** Anand Subramanian, Eduardo Uchoa, and Luiz Satoru Ochi. **Computers & Operations Research (2013), Volume 40, pp. 2519-2533 – Elsevier.**
2. "Large Neighborhoods with implicit customer selection for Prize-Collecting Vehicle Routing Problem and Team-Orienteering Problems". **Autores:** Thibaut Vidal (MIT), Puca H Vaz Penna(UFF), Nelson Maculan(IFORS), and Luiz Satoru Ochi(UFF). Proc.of the **XLV SBPO (Artigo selecionado entre os 6 melhores papers do SBPO 2013).**
3. "GRASP with Path Relinking for the Symmetric Euclidean Clustered Traveling Salesman Problem". (2012/2013). **Autores:** Mário Mestria, Luiz Satoru Ochi, and Simone Lima Martins. In **Computers & Operations Research (COR) – ELSEVIER, 40, pp. 3218-3229 (2013).**
4. "A Hybrid Algorithm for the Heterogenous Fleet Vehicle Routing Problem" (2012). **Autores:** Puca Huachi Vaz Penna, Anand Subramanian, Eduardo Uchoa, and Luiz Satoru Ochi. **European Journal of Operational Research - EJOR – ELSEVIER, Volume 221, pp: 285-295, (2012).**
5. "An Iterated Local Search heuristic for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem". **Autores:** Puca H V Penna, Luiz Satoru Ochi, and Anand Subramanian. **Journal of Heuristics, Volume 19(2), pp. 201-232, Springer US, 2013**
6. "A simple and effective heuristic for the Minimum Latency Problem". (2012). **Autores:** Marcos M da Silva, Anand Subramanian, Thibaut Vidal, and Luiz Satoru Ochi. **European Journal of Operational Research (EJOR), Vol. 221, pp: 513-520, 2012.**

H3) Metaheurísticas Híbridas

Paralelas CPU & GPU

- **Algoritmos paralelos utilizando placas gráficas e [linguagem CUDA](#) tem trazido contribuições interessantes na área de Pesquisa Operacional.**

Exemplos:

- *An Integrated CPU-GPU Heuristic Inspired on Variable Neighborhood Search for the Single Vehicle Routing Problem with Deliveries and Selective Pickups.* **Autores:** Igor C Machado, Luiz Satoru Ochi, Marcone J. F. Souza, Ricardo Farias, Cristiana Bentes. *Submetido para International Journal of Production Research (2013).*
- “A hybrid CPU-GPU local search heuristic for the unrelated parallel machine scheduling problem”. **Autores:** Igor Coelho Machado, Matheus Haddad, Luiz Satoru Ochi, Marcone J F Souza, Ricardo Farias. *Proceedings of the WAMCA2012, 3rd Workshop on Applications for Multi-core Architectures – Held in conjunction with the 24th International Symposium on Computer Architecture (WAMCA-SBAC-PAD2012), IEEE Press, October 2012, NY.*
- “A Parallel Hetaheuristic for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery”. **Autores:** Anand Subramanian, Lucia M A Drummond, Luiz Satoru Ochi, Cristiana Bentes and Ricardo Fariasn. *In Computers & Operations Research – ELSEVIER , Volume 37(11), p. 1899-1911, 2010.*

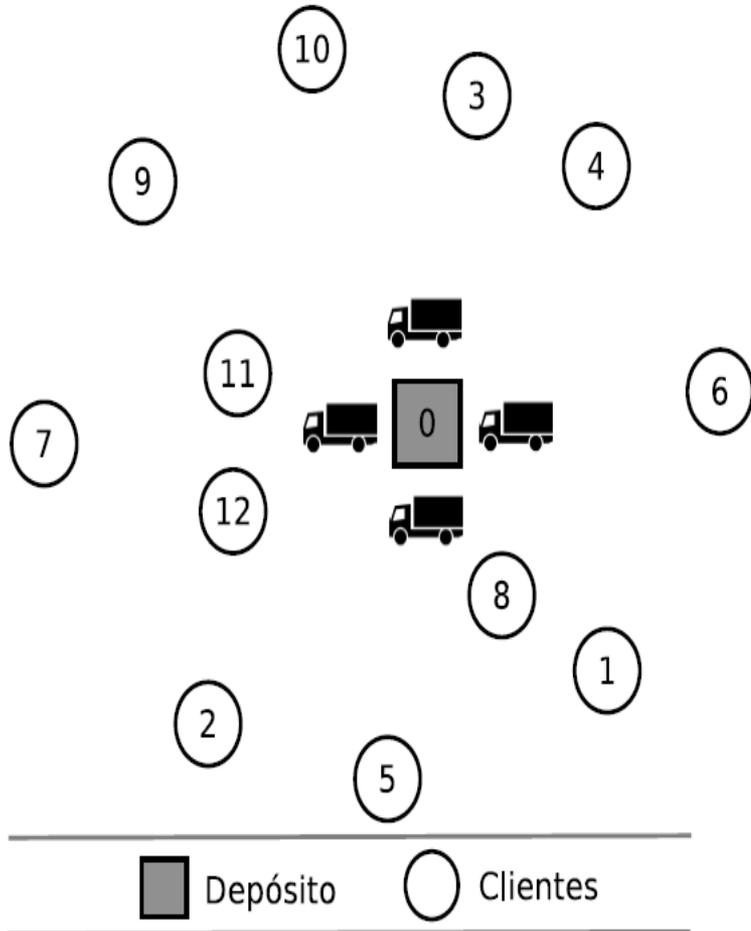
Alguns Modelos de Problemas de Roteamento de Veículos (VRP) abordados pelo nosso grupo de pesquisa:

- P1. The Vehicle Routing Problem with Deliveries and Selective Pickups.
- P2. **The Split Delivery Vehicle Routing Problem.**
- P3. The Vehicle Routing Problem with Multiple Depots.
- P4. The Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery.
- P5. The Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem.
- P6. The Period Vehicle Routing Problem.
- P7. The Vehicle Routing Problem with Time-Windows.
- P8. The Open Vehicle Routing Problems.
- P9. The Inventory Vehicle Routing Problems.
- P10. The Prize-Collecting Vehicle Routing Problem and Team-Orienteering Problems.
- P11. Algoritmos Paralelos para diferentes modelos de VRP....
- P12. Algoritmos Paralelos Híbridos usando CPU & GPU (Cuda) para VRP e variantes..
- P13. Modelos de VRP nas áreas de Petróleo & Gás (Petrobrás, Distribuidoras, etc)...

Uma Metaheurística Híbrida Baseada no *Iterated Local Search* (ILS) e *Variable Neighborhood Search* (VNS) para a solução de Problemas de Roteamento de Veículos com Entregas Fracionadas

XVI ONPCE - 2014

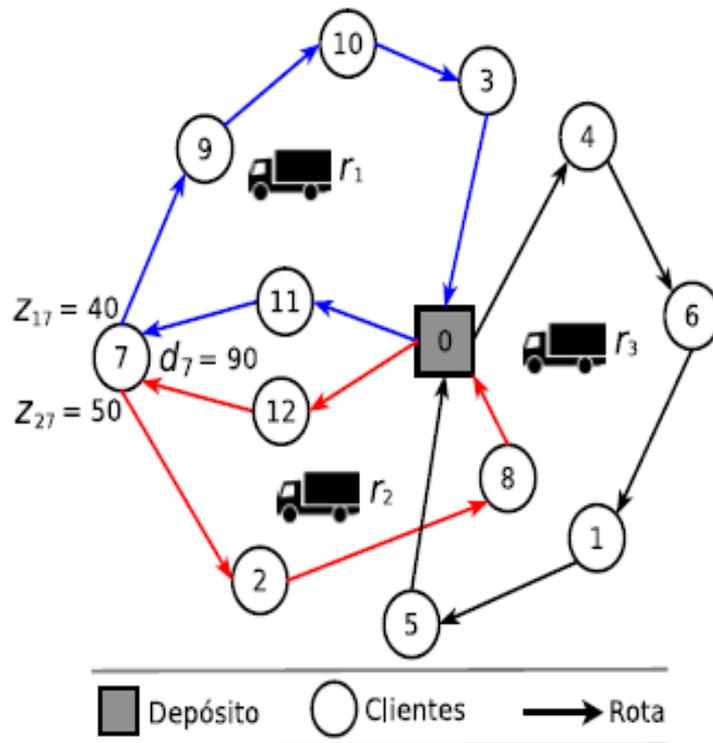
Problema de Roteamento de Veículos (PRV):



- Conjunto de clientes com demandas (d_i) conhecidas;
- Frota homogênea de veículos com capacidade Q

Problema de Roteamento de Veículos com Entregas Fracionárias

Problema de Roteamento de Veículos com Entregas Fracionárias (PRVEF):



- - Toda rota inicie e termine no depósito;
- - A soma das demandas dos clientes atendidos por uma dada rota não exceda a capacidade do veículo associado;
- - Cada cliente tenha toda sua demanda atendida em uma única visita.

Problema de Roteamento de Veículos com Entregas Fracionárias

- O Problema de Roteamento de Veículos com Entregas Fracionárias (PRVEF) - *Split Delivery Vehicle Routing Problem* (SDVRP) - é uma relaxação do PRV. O PRVEF permite que os clientes tenham suas demandas atendidas por mais de um veículo.
- Apesar de ser uma relaxação do PRV, o PRVEF continua sendo NP-difícil.
- Duas versões do problema: Frota limitada e Frota ilimitada;
- Consequências:
 - A demanda dos clientes pode exceder a capacidade do veículo;
 - Número mínimo de veículos: $K_{min} = \lceil (\sum_{i=1}^n d_i) / Q \rceil$

Problema de Roteamento de Veículos com Entregas Fracionárias

- O PRVEF foi proposto por Dror et. al. (1989)
- Mostraram que as economias obtidas, tanto em relação ao número de veículos utilizados quanto em relação a distância total percorrida, são significativas.
- Vantajoso entregas fracionárias quando a demanda média dos clientes é maior que 10% da capacidade do veículo.

Problema de Roteamento de Veículos com Entregas Fracionárias

- Archetti et. al. (2008) mostraram:
 - A redução máxima que pode ser obtida no número de veículos é de 50%;
 - Os maiores ganhos ocorrem quando a demanda média dos clientes está entre 50% e 75% da capacidade do veículo e a variância é pequena;

Algumas aplicações

- Sierksma e Tijssen (1998) modelaram o problema de escalonamento de helicópteros para o transporte de passageiros entre a base e plataformas petrolíferas no Mar do Norte como PRVEF e utilizaram algoritmos heurísticos e de geração de colunas na resolução.
- Song et. al. (2002) utilizaram uma abordagem de entregas fracionárias para a alocação de produção e roteamento dos veículos na entrega de jornais.

Algumas aplicações

- Ambrosino e Sciomachen (2007) estudaram um problema de distribuição de alimentos em uma companhia italiana.
- Belfiore e Yoshizaki (2009) apresentaram um estudo de caso realizado em uma empresa de distribuição do Brasil que, além de divisão nas demandas, considera também restrições de janela de tempo e frota heterogênea.

Sugestões de trabalhos de pesquisa futura envolvendo PRV com Entregas Fracionadas....

Variantes do Problema

- PRVEF com coleta e entrega;
- PRVEF com frota heterogênea;
- PRVEF com janelas de tempo;
- PRVEF com múltiplos depósitos.

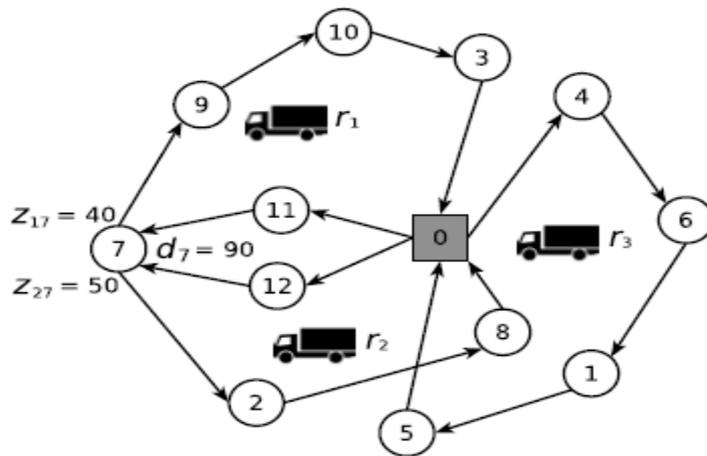
Algoritmo Proposto

Heurística *multi-start* baseada na metaheurística *Iterated Local Search* (ILS);

-
-
- 1 **Procedimento** ILS
 - 2 $s_0 \leftarrow \text{GeraSolucaoInicial}()$;
 - 3 $s^* \leftarrow \text{BuscaLocal}(s_0)$;
 - 4 **enquanto** *critério de parada não satisfeito* **faça**
 - 5 $s' \leftarrow \text{Perturba}(s^*, \text{historico})$;
 - 6 $s'^* \leftarrow \text{BuscaLocal}(s')$;
 - 7 $s^* \leftarrow \text{CritérioAceitacao}(s^*, s'^*, \text{historico})$;
 - 8 **fim enquanto**
 - 9 **fim** ILS
-

Início: Como vamos representar uma solução do PRVEF??

Algoritmo Proposto - Representação



Representação:

r_1	0	11	7	9	10	3	0						
Z_{1j}	0	0	0	15	0	0	0	40	0	7	18	20	0
r_2	0	12	7	2	8	0							
Z_{2j}	0	0	12	0	0	0	0	50	22	0	0	0	15
r_3	0	4	6	1	5	0							
Z_{3j}	0	31	0	0	28	22	9	0	0	0	0	0	0

■ Depósito ○ Clientes → Rota

Na Metaheurística ILS, temos que construir uma solução inicial válida para o problema...

Algoritmo Proposto - Construção de solução inicial

- Algoritmo de Inserção;
 - Estratégias de inserção
 - Sequencial;
 - Paralelo;
 - Critérios de inserção: $\min\{g(i)|i \in LC\}$
 - Mais Barata Viável Modificada (MBVM):

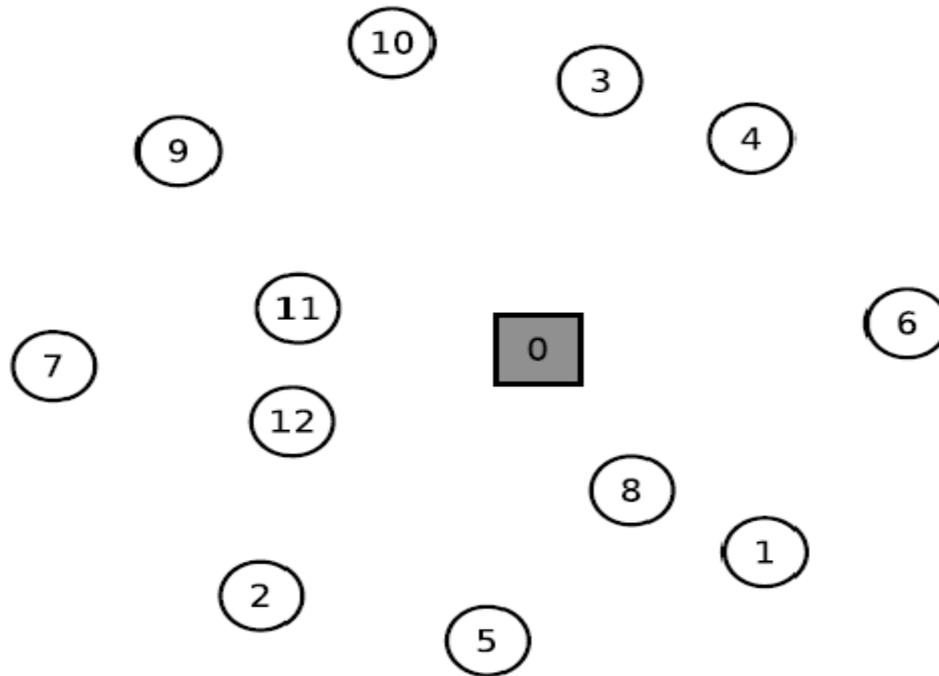
$$g(i) = (c_{ji}^f + c_{ik}^f - c_{jk}^f) - \gamma(c_{0i}^f + c_{i0}^f)$$

- Mais Próxima Viável (MPV):

$$g(i) = c_{ji}^f$$

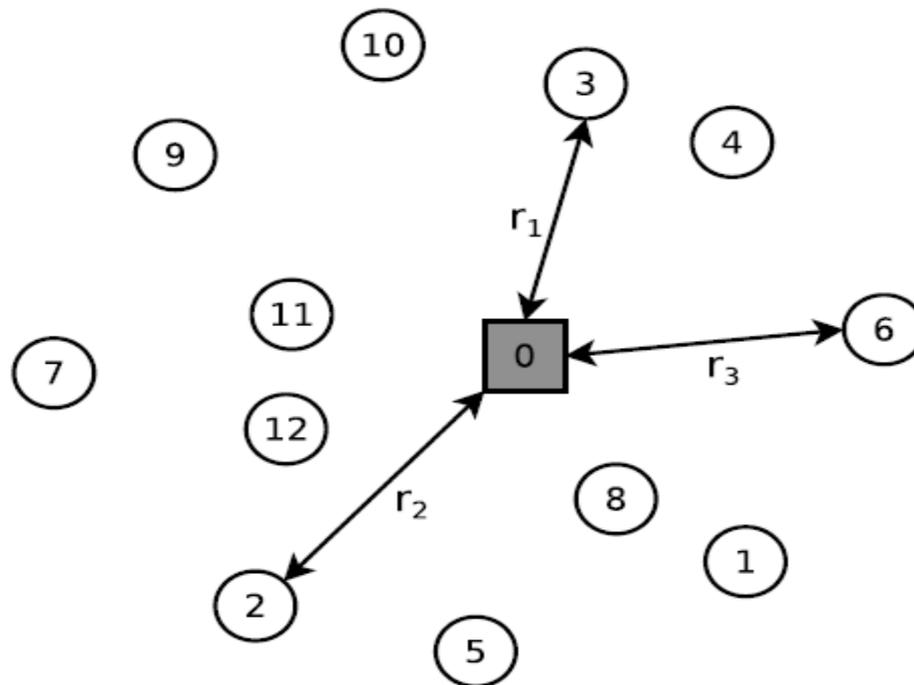
Passo a passo de como construir uma solução inicial para este problema..

Algoritmo Proposto - Construção de soluções iniciais



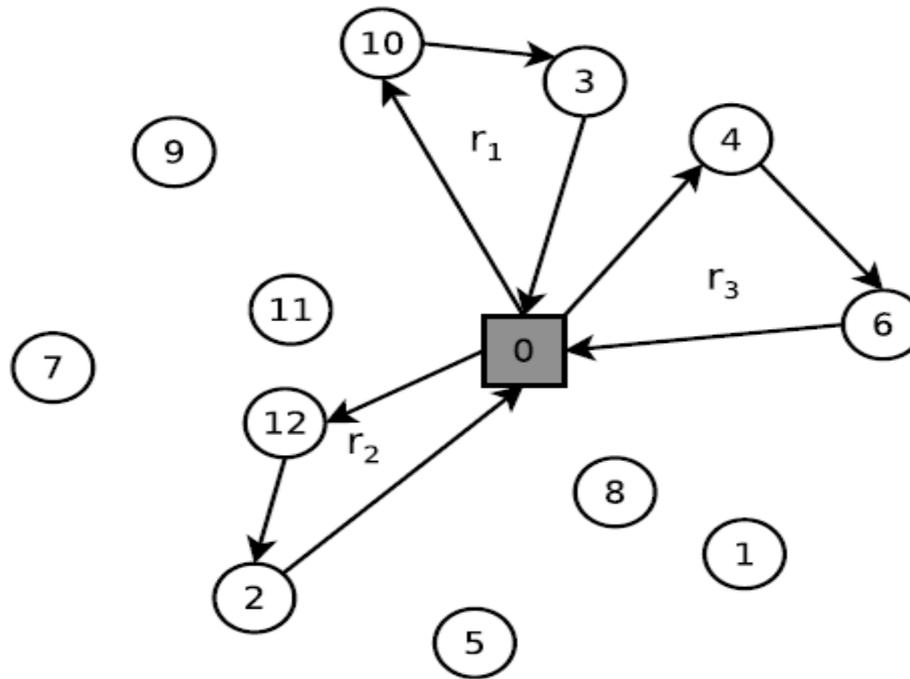
Passo a passo de como construir uma solução inicial para este problema..

Algoritmo Proposto - Construção de soluções iniciais



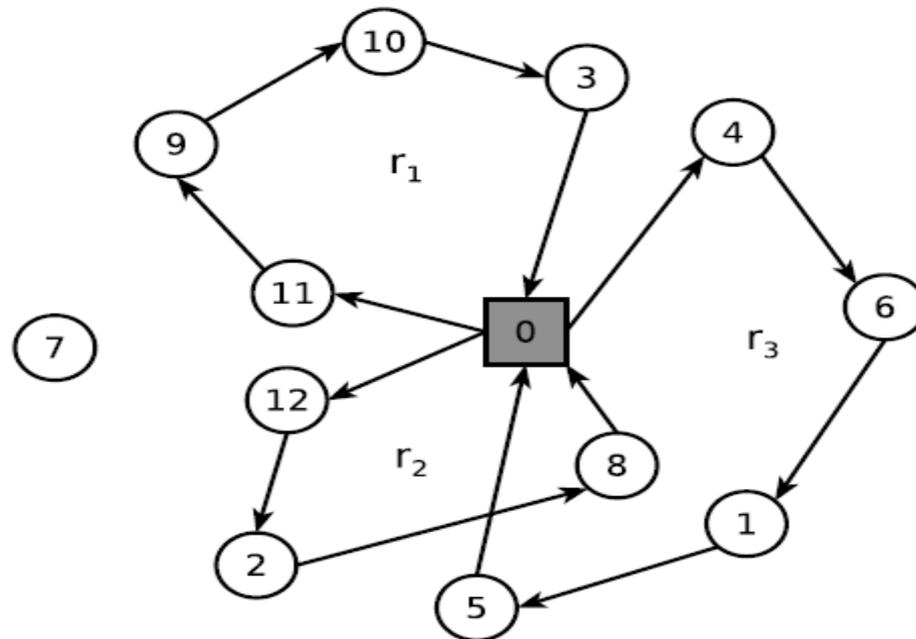
Passo a passo de como construir uma solução inicial para este problema..

Algoritmo Proposto - Construção de soluções iniciais



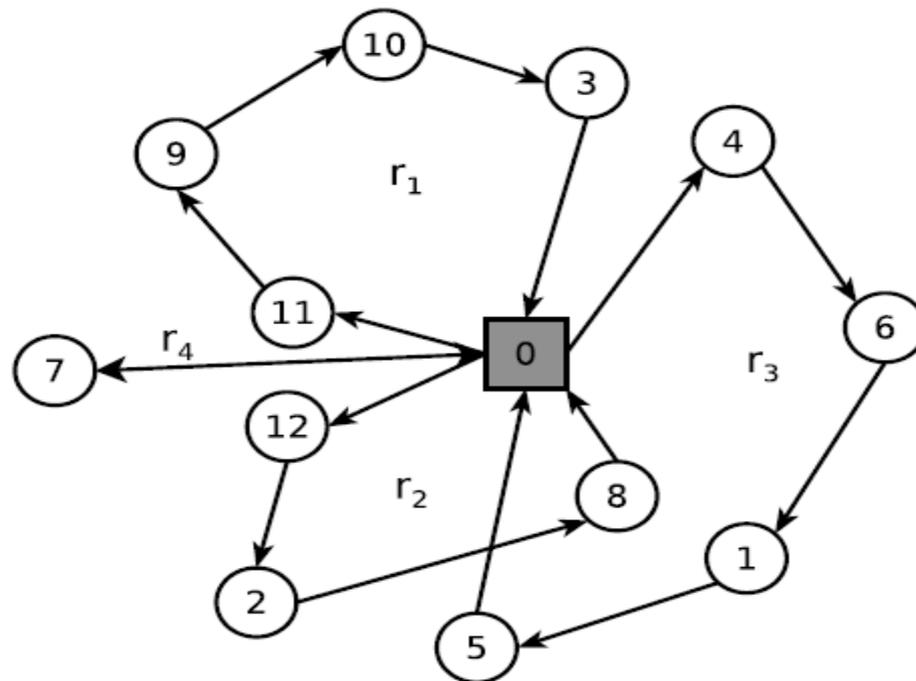
Passo a passo de como construir uma solução inicial para este problema..

Algoritmo Proposto - Construção de soluções iniciais



Passo a passo de como construir uma solução inicial para este problema..

Algoritmo Proposto - Construção de soluções iniciais



...além disso, é possível usar alguns módulos mais sofisticados para melhorar a qualidade de uma solução..mas isso vamos deixar de lado agora, quem tiver interesse em como isso é feito, entre em contato conosco..

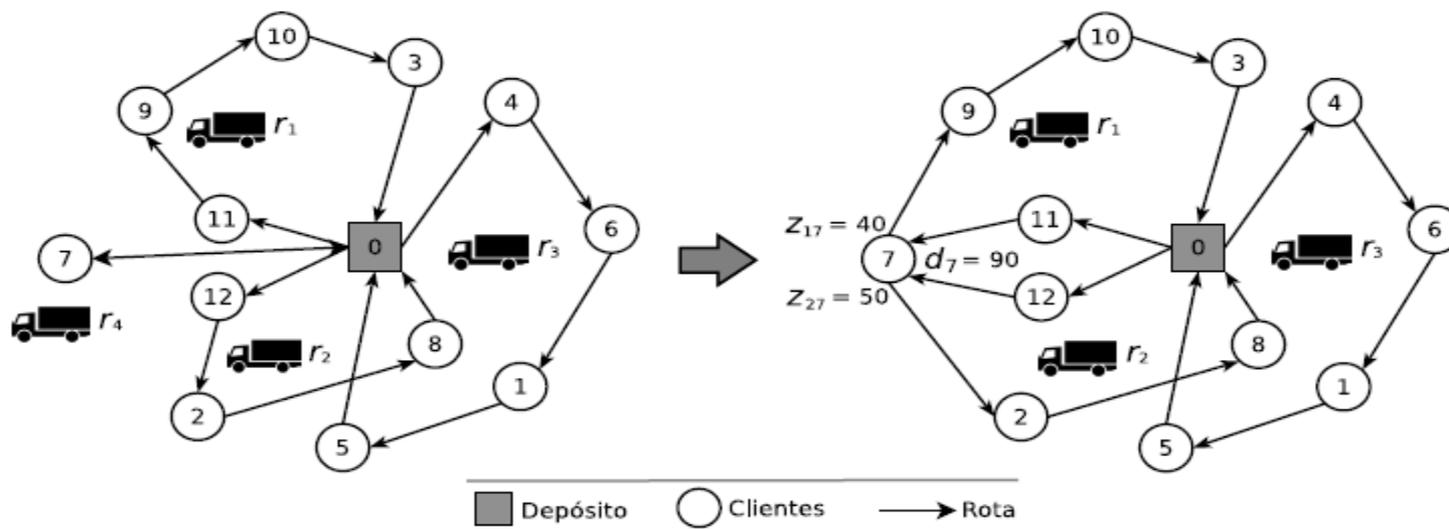
Algoritmo Proposto - Métodos Auxiliares

Algoritmo 1: ReinsertSingleClient

```
1 Procedimento ReinsertSingleClient(s)
2 aplicarSplit ← falso;
3
4  $f'' \leftarrow f(s)$ ;
5
6 para  $r \leftarrow 1, \dots, |s|$  faça
7     se  $|r| = 1$  então
8          $i \leftarrow$  único cliente em  $r$ ;
9          $s' \leftarrow$  SplitReinsertion( $s, i, d_i, r$ );
10        se  $f(s') < f''$  então
11             $s'' \leftarrow s'$ ;
12             $f'' \leftarrow f(s')$ ;
13            aplicarSplit ← verdadeiro;
14        fim se
15    fim se
16 fim para
17 se aplicarSplit = verdadeiro então
18      $s \leftarrow s''$ ;
19     Vá para a linha 1;
20 fim se
21 retorne  $s$ ;
22 fim
```

Estes procedimentos adicionais, podem por exemplo, obter nova solução usando menos veículos..economia!!!

Algoritmo Proposto - Construção de soluções iniciais



Agora vamos para um módulo FUNDAMENTAL de uma Metaheurística: A fase de Refinamento de uma solução (Busca Local)

Algoritmo Proposto

```
1 Procedimento ILS
2  $s_0 \leftarrow \text{GeraSolucaoInicial}();$ 
3  $s^* \leftarrow \text{BuscaLocal}(s_0);$ 
4 enquanto critério de parada não satisfeito faça
5      $s' \leftarrow \text{Perturba}(s^*, \text{historico});$ 
6      $s'^* \leftarrow \text{BuscaLocal}(s');$ 
7      $s^* \leftarrow \text{CriterioAceitacao}(s^*, s'^*, \text{historico});$ 
8 fim enquanto
9 fim ILS
```

Para tentar melhorar uma solução inicial, vamos usar uma variante de uma Metaheurística conhecido como VNS (*Variable Neighborhood Search*)

Algoritmo Proposto - Busca Local

- Baseia-se no procedimento *Variable Neighborhood Descent (VND)* com ordem aleatória da estrutura de vizinhança (RVND)
- Cada estrutura de vizinhança é examinada exaustivamente

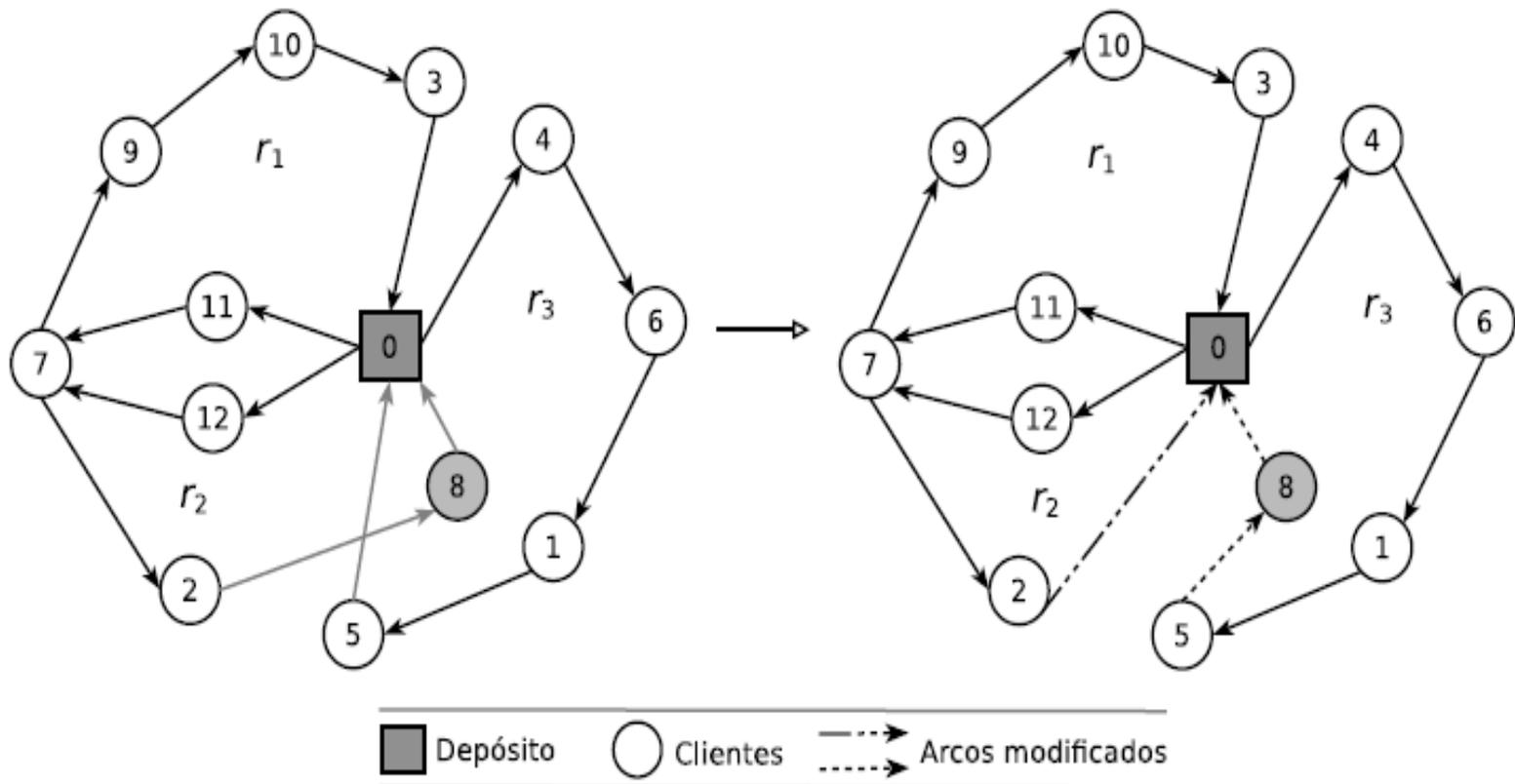
Na Fase de Busca Local (Refinamento) em Problemas de Roteamento de Veículos (PRV), costumamos usar com sucesso, vizinhanças clássicas baseadas em conceitos de permutar 2 clientes de 2 rotas; tirar um cliente de uma rota e colocar noutra rota; mudar a posição de um cliente numa rota, etc..

Algoritmo Proposto - Busca Local

- Vizinhanças Inter-rotas:
- PRV:
 - *Shift(1,0)*.
 - *Swap(1,1)*.
 - *Shift(2,0)*.
 - *Swap(2,1)*.
 - *Swap(2,2)*.
 - *Cross*.
- PRVEF:
 - *Swap*(1,1)*.
 - *Swap*(2,1)*.
 - *RouteAddition*.
 - *k-Split*.

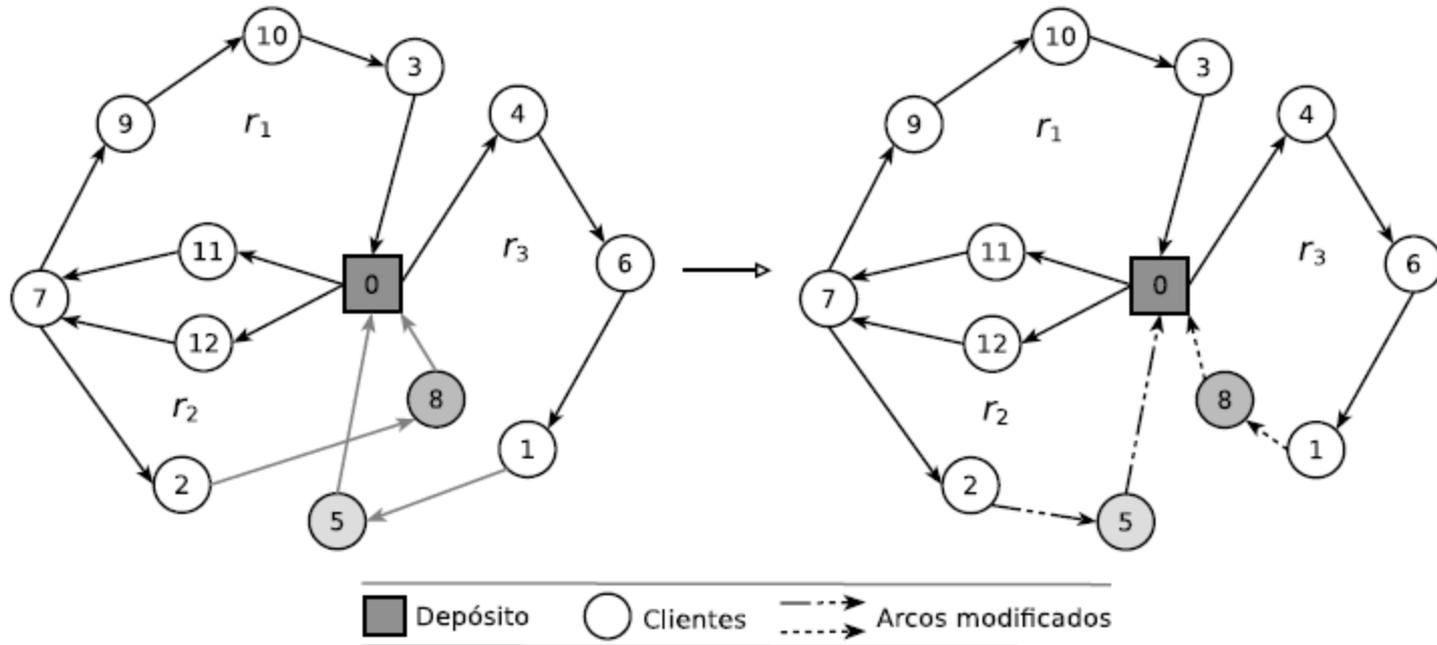
Algoritmo Proposto - Busca Local

- *Shift(1,0)*.



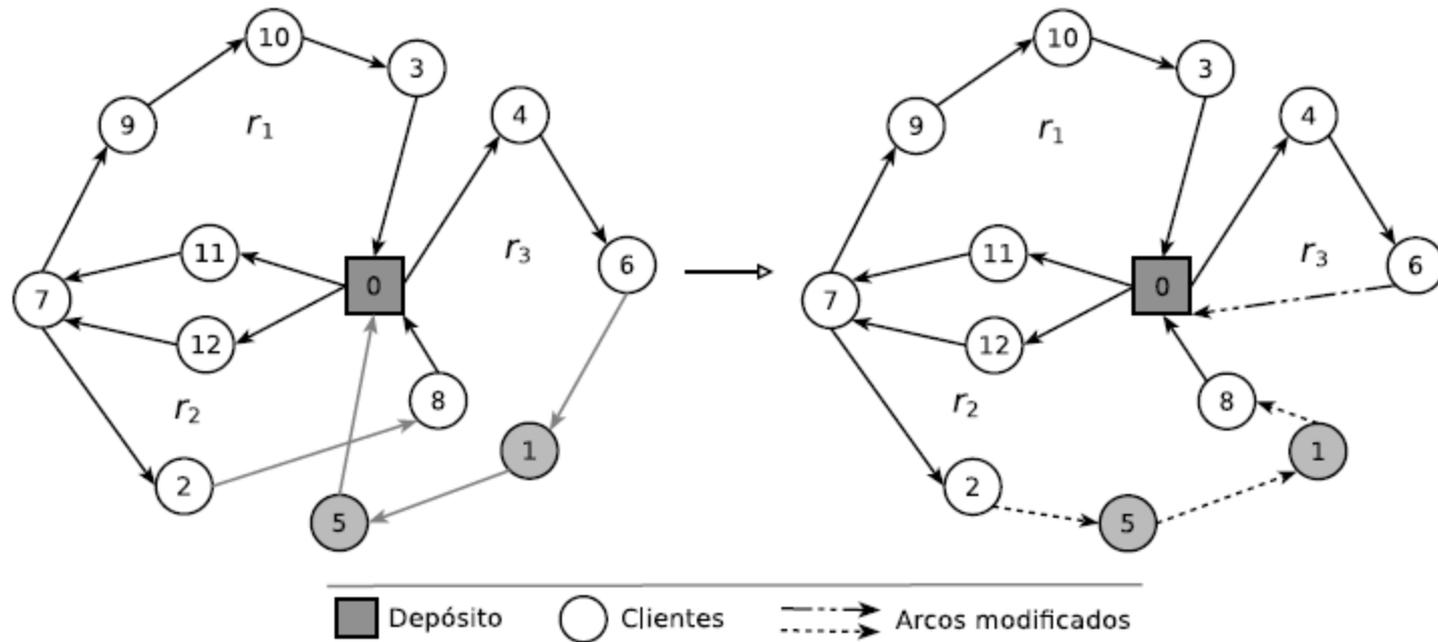
Algoritmo Proposto - Busca Local

- *Swap(1,1)*.



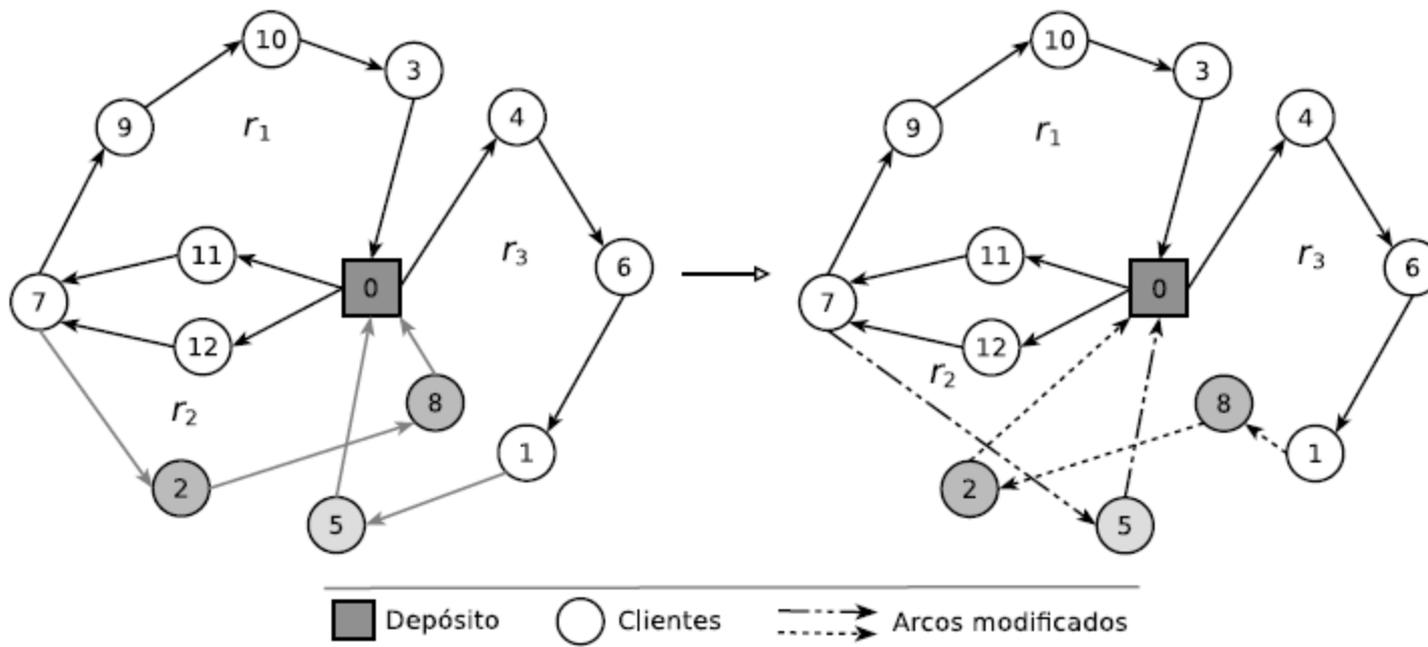
Algoritmo Proposto - Busca Local

- *Shift(2,0)*.



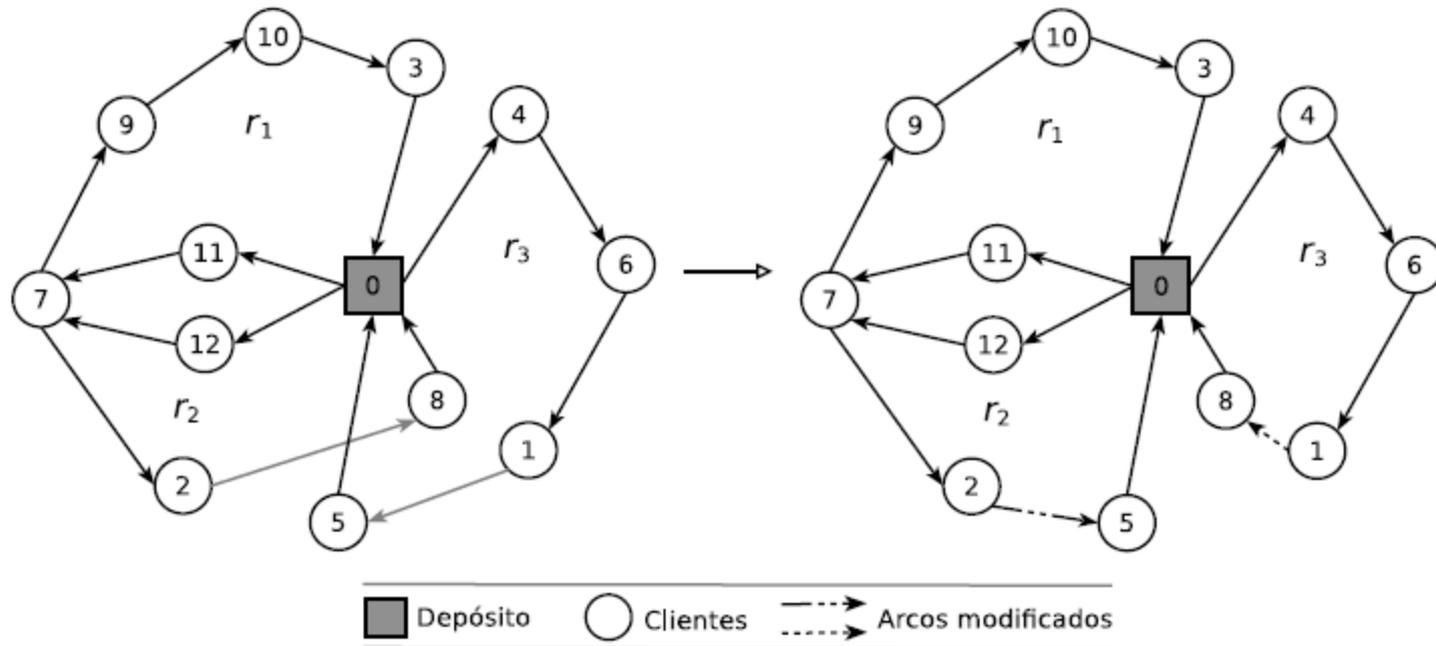
Algoritmo Proposto - Busca Local

- *Swap(2,1)*.



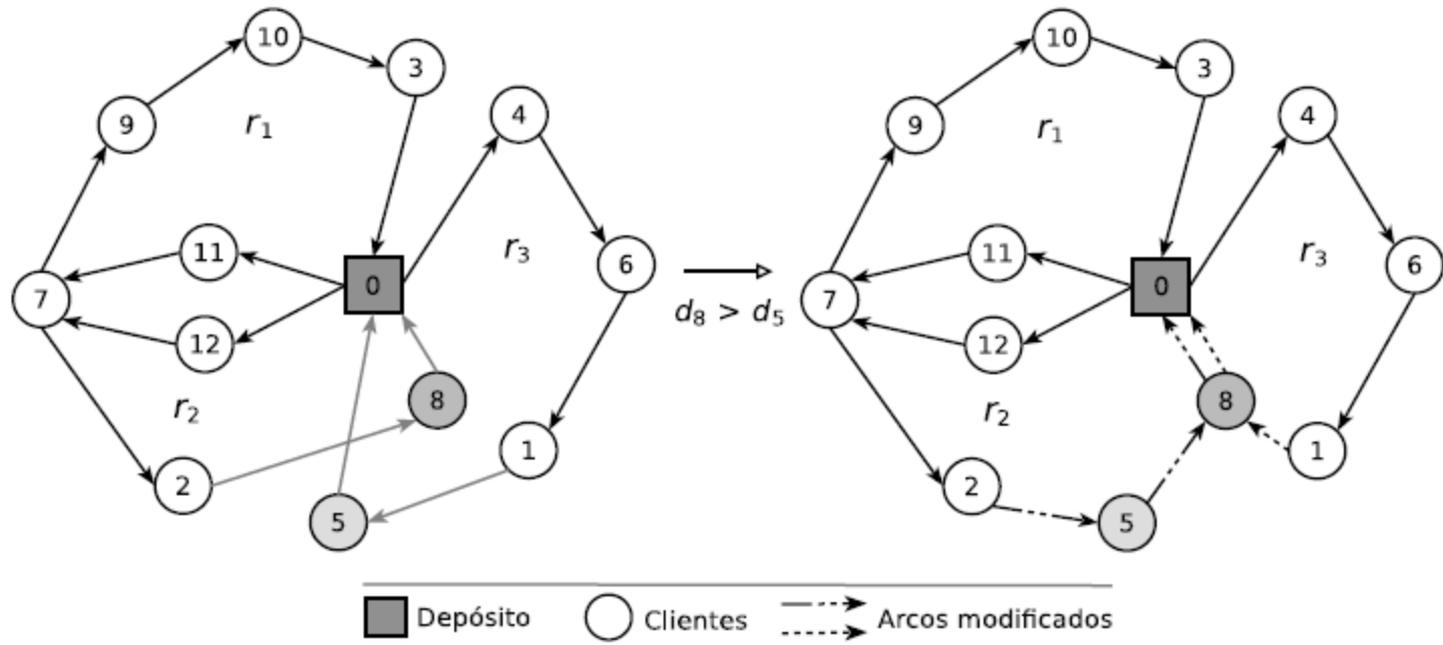
Algoritmo Proposto - Busca Local

- **Cross.**



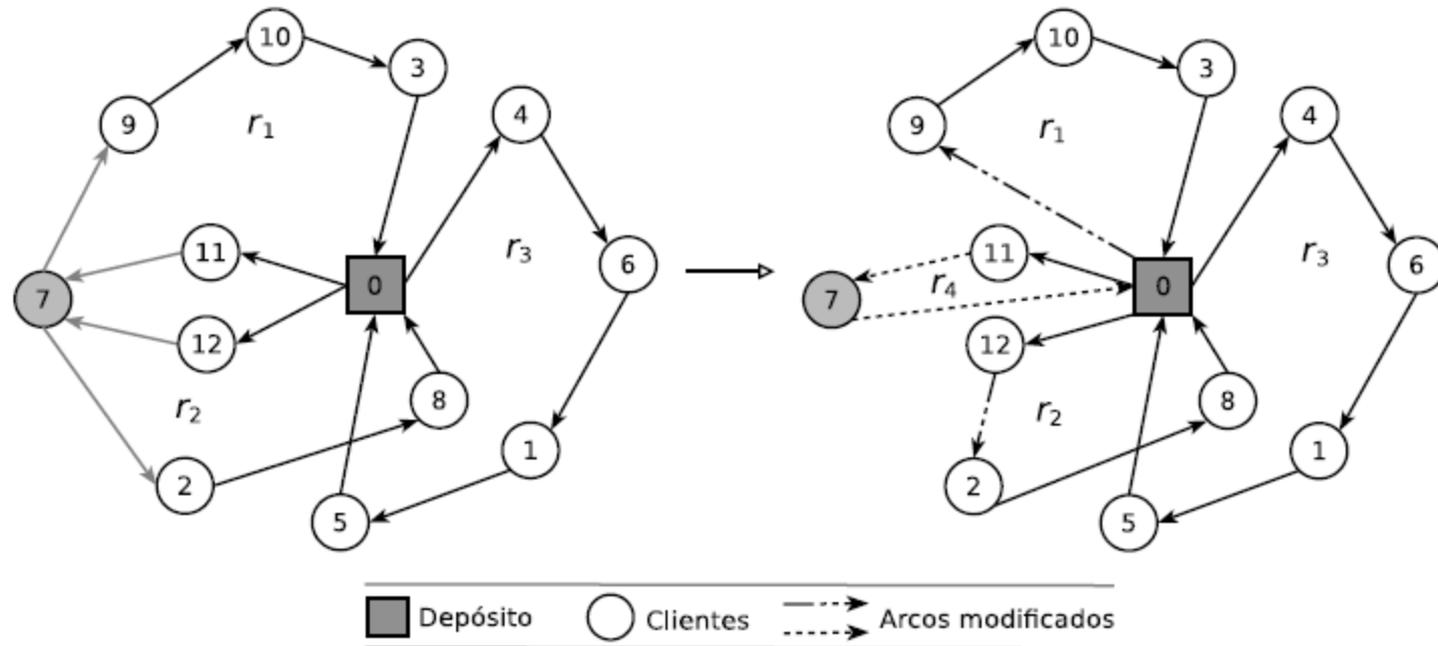
Algoritmo Proposto - Busca Local

- $Swap^*(1,1)$.



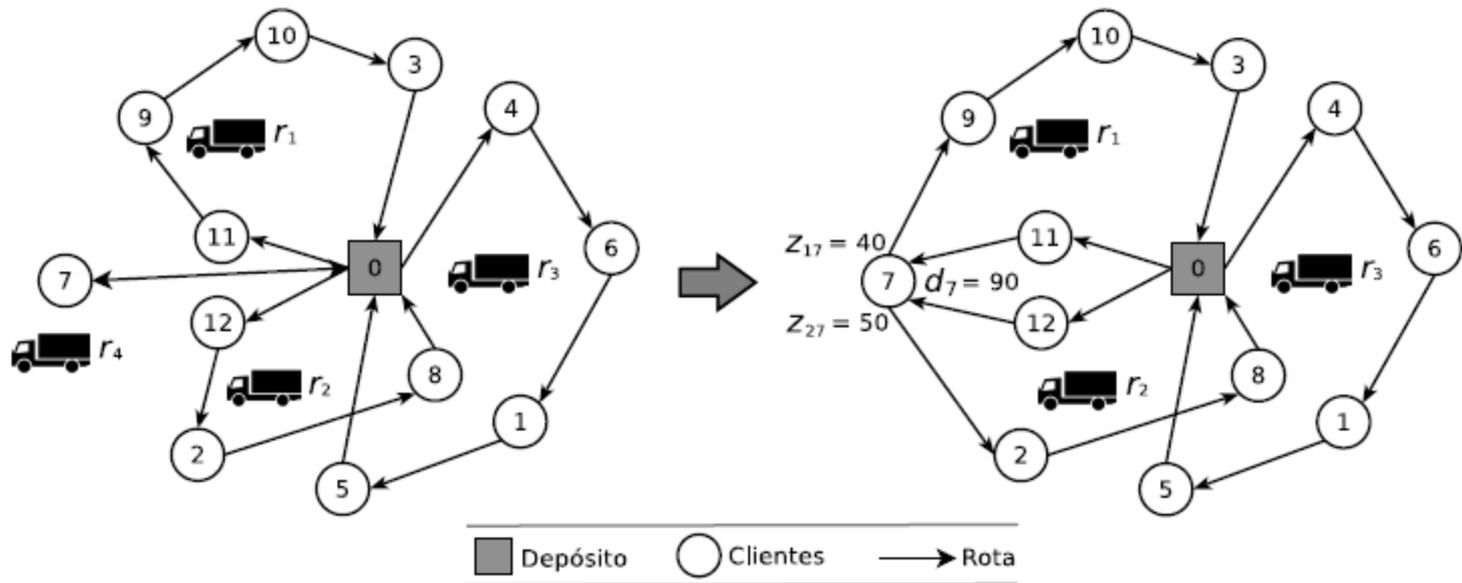
Algoritmo Proposto - Busca Local

- **RouteAddition.**



Algoritmo Proposto - Busca Local

- *k-Split.*

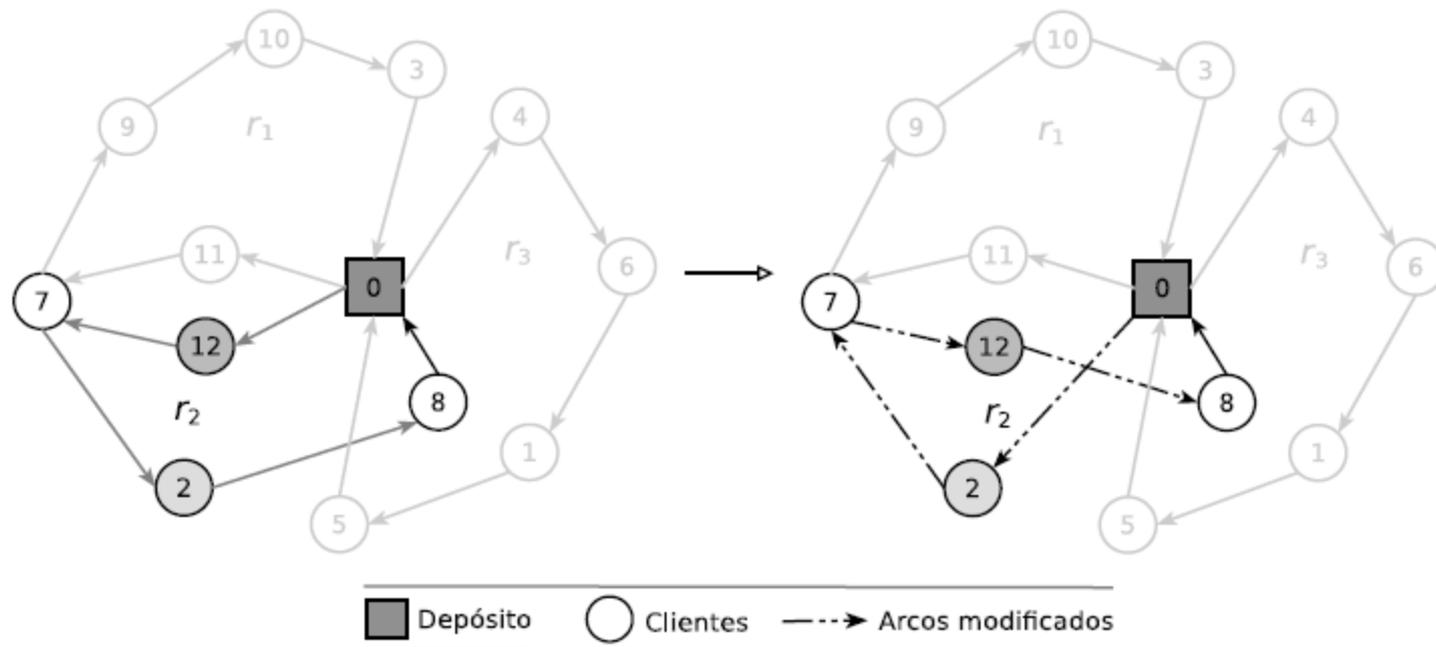


Algoritmo Proposto - Busca Local

- Vizinhanças Intra-rota:
 - *Exchange*.
 - *2-opt*.
 - **Reinserção**.
 - *Or-opt2*.
 - *Or-opt3*.

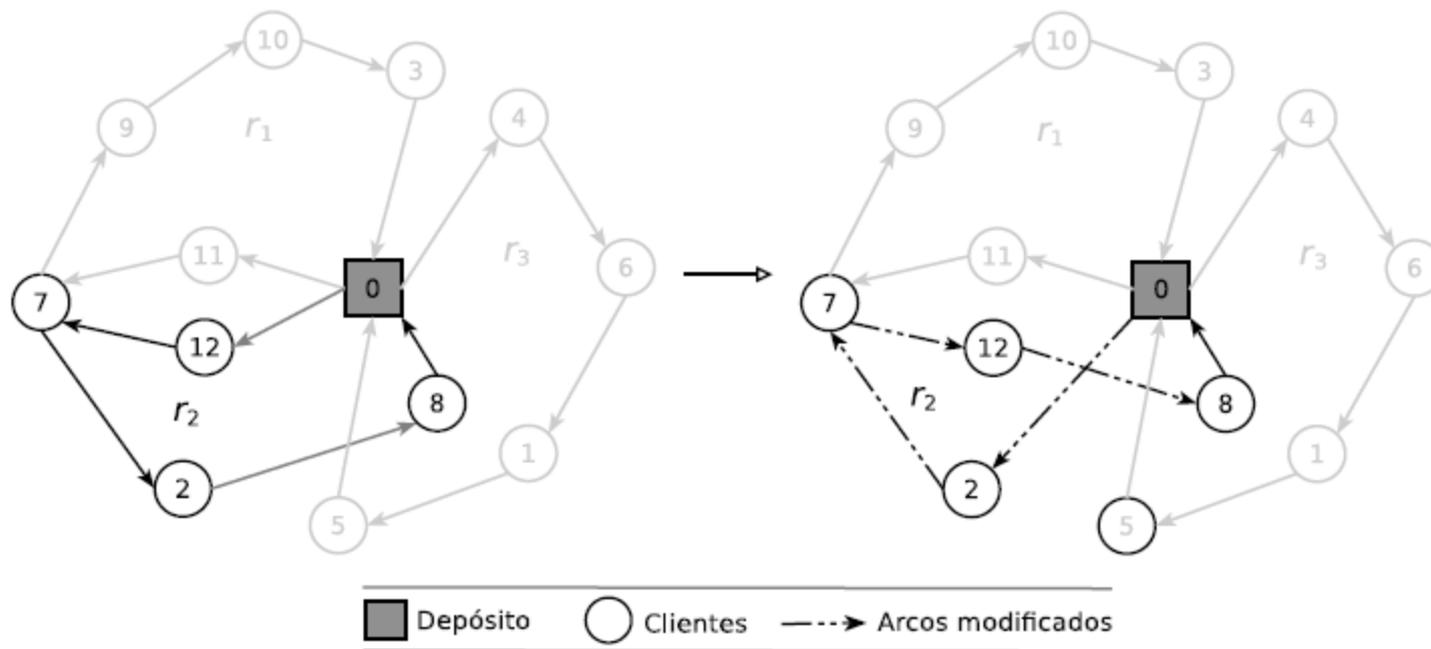
Algoritmo Proposto - Busca Local

- **Exchange.**



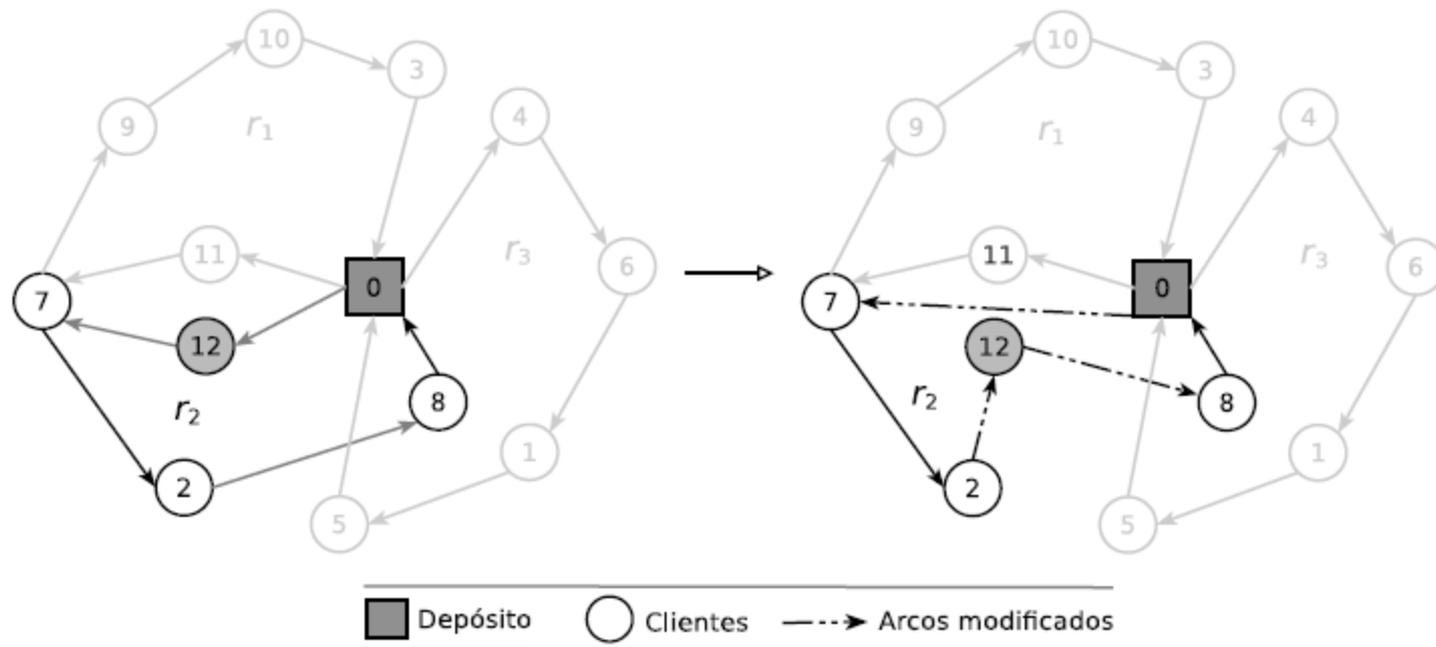
Algoritmo Proposto - Busca Local

- *2-opt.*



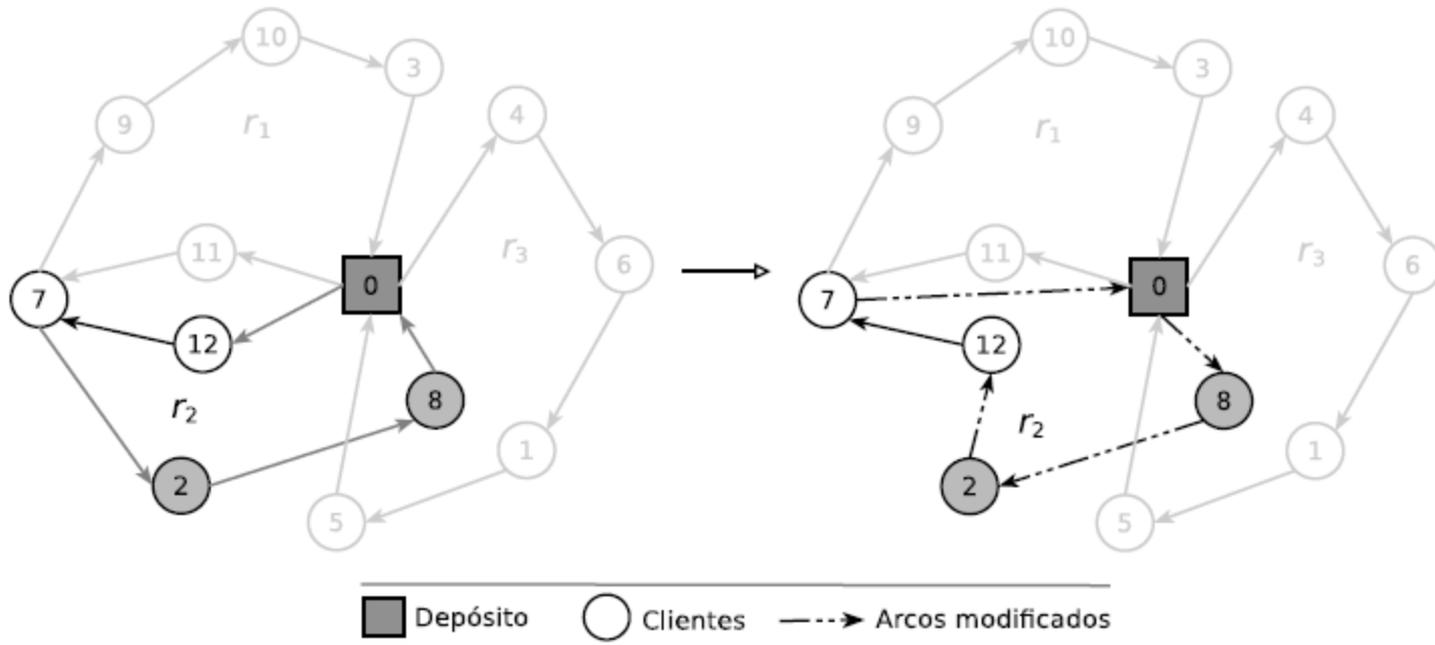
Algoritmo Proposto - Busca Local

- **Reinserção.**



Algoritmo Proposto - Busca Local

- **Or-opt2.**



Algoritmo Proposto - Busca Local

```
1 Procedimento RVND(s)
2 Inicializar lista de vizinhança LV;
3 enquanto  $LV \neq \emptyset$  faça
4     Selecione aleatoriamente a vizinhança  $N^{(\eta)} \in LV$ ;
5     Encontre o melhor vizinho  $s'$  de  $s \in N^{(\eta)}$ ;
6     se  $f(s') < f(s)$  então
7          $s \leftarrow s'$ ;
8          $s \leftarrow \text{BuscaIntraRota}(s)$ ;
9          $f(s) \leftarrow f(s')$ ;
10    Atualiza LV;
11    senão
12        Remova  $N^{(\eta)}$  de LV;
13    fim se
14 fim enquanto
15 retorne s;
16 fim RVND
```

ETAPA DE PERTURBAÇÃO NA METAHEURISTICA ILS

Algoritmo Proposto

```
1 Procedimento ILS
2  $s_0 \leftarrow \text{GeraSolucaoInicial}();$ 
3  $s^* \leftarrow \text{BuscaLocal}(s_0);$ 
4 enquanto critério de parada não satisfeito faça
5      $s' \leftarrow \text{Perturba}(s^*, \text{historico});$ 
6      $s'^* \leftarrow \text{BuscaLocal}(s');$ 
7      $s^* \leftarrow \text{CriterioAceitacao}(s^*, s'^*, \text{historico});$ 
8 fim enquanto
9 fim ILS
```

Algoritmo Proposto - Perturbação

- Mecanismos de perturbação:
 - ***PRouteAdition***.
 - ***Multiple-Split*** – O número de vezes que o movimento será aplicado é selecionado do intervalo [5, 6, 7].
 - ***Multiple-Swap*(1,1)*** – O número de vezes que o movimento será aplicado é selecionado do intervalo [4, 5, 6].

Algoritmo Proposto - SPLITILS

```
1 Procedimento SplitILS( $I_{Max}, I_{ILS}$ )
2  $f^* \leftarrow \infty$ ;
3 para  $i \leftarrow 1, \dots, I_{Max}$  faça
4    $s \leftarrow GSollnicial()$ ;
5    $s' \leftarrow s$ ;
6    $iterILS \leftarrow 0$ ;
7   enquanto  $iterILS < I_{ILS}$  faça
8      $s \leftarrow RVND(s)$ ;
9     se PRVEF-FL então
10       $s \leftarrow EmptyRoutes(s)$ ;
11     fim se
12     se  $f(s) < f(s')$  então
13        $s' \leftarrow s$ ;
14        $iterILS \leftarrow 0$ ;
15     fim se
16      $s \leftarrow Perturba(s')$ ;
17      $iterILS \leftarrow iterILS + 1$ ;
18   fim enquanto
19   se  $f(s') < f^*$  então
20      $s^* \leftarrow s'$ ;
21      $f^* \leftarrow f(s')$ ;
22   fim se
23 fim para
24 retorne  $s^*$ ;
25 fim
```

Resultados

- O algoritmo foi implementado na linguagem C/C++
- Ambiente Computacional:
 - PC Intel® Core™ i7 com 2.93 GHz
 - 8.0 GB de memória RAM
 - Sistema operacional GNU/Linux Ubuntu 10.04 (*kernel* 2.6.32-25)
 - Uma única *thread* foi utilizada

Resultados - Parametrização

- Parametrização:
 - Número de iterações *multi-start* (I_{max}): 10
 - Número de perturbações (I_{ILS}): $\min\{K_{min} \times n, 5000\}$;
 - Construtivo: $\gamma = [0.1, 0.2, \dots, 1)$
- O algoritmo foi executado 20 vezes para cada problema-teste

Resultados - Instâncias

- Testes em quatro conjuntos de instâncias disponíveis na literatura:
 1. Archetti *et. al.* (2008): 42 problemas-teste (50 a 199 clientes)
 2. Belenguer *et. al.* (2000): 25 problemas-teste (21 a 100 clientes)
 3. Campos *et. al.* (2008): 49 problemas-teste (50 a 199 clientes)
 4. Chen *et. al.* (2007): 21 problemas-teste (8 a 288 clientes)
- Demandas selecionadas aleatoriamente no intervalos ($Q = 160$):
 - D1: $[\lceil 0.01Q \rceil, \lfloor 0.1Q \rfloor]$
 - D2: $[\lceil 0.1Q \rceil, \lfloor 0.3Q \rfloor]$
 - D3: $[\lceil 0.1Q \rceil, \lfloor 0.5Q \rfloor]$
 - D4: $[\lceil 0.1Q \rceil, \lfloor 0.9Q \rfloor]$
 - D5: $[\lceil 0.3Q \rceil, \lfloor 0.7Q \rfloor]$
 - D6: $[\lceil 0.7Q \rceil, \lfloor 0.9Q \rfloor]$

Resultados - PRVEF-FL

Resultados computacionais:

PRVEF Frota Limitada

Resultados - Instâncias de Belenguer et. al. (2000)

- Custos Arredondados para o inteiro mais próximo;

Problem	LB	BKS	Aleman et al. ^c		SplitILS						
			Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap LB (%)	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
eil22	375,00	*375 ^a	375	4,19	375	375,00	0,00	0,00	0,13	0,01	375
eil23	569,00	*569 ^a	570	3,42	569	569,00	0,00	0,00	0,09	0,00	569
eil30	510,00	*510 ^a	510	14,47	510	510,00	0,00	0,00	0,30	0,00	510
eil33	834,70	*835 ^a	851	14,03	835	835,00	0,04	0,00	0,39	0,03	835
eil51	517,80	*521 ^a	521	54,91	521	521,55	0,72	0,11	1,63	0,14	521
eilA76	807,60	832 ^a	847	83,28	818	820,45	1,59	-1,39	25,68	0,35	818
eilB76	981,40	1023 ^a	1055	79,00	1002	1005,80	2,49	-1,68	38,05	0,33	1002
eilC76	717,80	735 ^a	746	148,20	733	733,55	2,19	-0,20	15,17	1,78	732
eilD76	666,10	683 ^a	695	140,83	681	683,00	2,54	0,00	11,02	2,87	681
eilA101	799,80	817 ^a	843	319,33	815	815,85	2,01	-0,14	32,70	8,57	814
eilB101	1040,60	1077 ^a	1122	185,84	1061	1065,40	2,38	-1,08	75,43	8,34	1061

Resultados - Instâncias de Belenguer et. al. (2000)

Problem	LB	BKS	Aleman et al. ^c		SplitILS						
			Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap LB (%)	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
S51D1	454,40	458 ^a	466	40,53	458	458,00	0,79	0,00	1,21	0,09	458
S51D2	694,20	725 ^b	725	28,34	703	704,65	1,51	-2,81	8,32	0,06	703
S51D3	930,70	972 ^a	994	14,70	943	944,20	1,45	-2,86	13,58	0,03	943
S51D4	1539,00	1672 ^b	1672	16,53	1552	1555,55	1,08	-6,96	47,34	0,01	1551
S51D5	1313,40	1385 ^b	1385	13,94	1328	1329,15	1,20	-4,03	33,46	0,02	1328
S51D6	2141,70	2211 ^b	2211	16,83	2163	2165,70	1,12	-2,05	65,68	0,01	2162
S76D1	586,60	594 ^a	600	476,27	592	592,45	1,00	-0,26	4,75	1,33	592
S76D2	1061,10	1138 ^b	1138	46,94	1081	1083,35	2,10	-4,80	59,20	0,03	1080
S76D3	1395,90	1474 ^a	1485	53,34	1419	1422,05	1,87	-3,52	68,07	0,03	1419
S76D4	2046,10	2160 ^b	2160	51,84	2071	2074,30	1,38	-3,97	148,48	0,01	2071
S101D1	704,90	716 ^a	740	2125,58	716	718,40	1,92	0,34	14,17	13,00	716
S101D2	1337,10	1393 ^a	1426	217,91	1364	1370,95	2,53	-1,58	116,33	0,45	1364
S101D3	1832,20	1974 ^b	1974	146,61	1859	1868,75	1,99	-5,33	233,36	0,01	1859
S101D5	2737,10	2915 ^a	2970	104,05	2772	2779,65	1,55	-4,64	579,68	0,06	2772
Média				176,04			1,42	-1,87	63,77	1,50	

* - Solução ótima

a - Belenguer et al. [5]

b - Aleman et al. [2]

c - Pentium 4, 2,8 GHz, uma única execução, Avg. cTime (s): 73,68

Resultados - Instâncias de Belenguer et. al. (2000)

Problem	LB	BKS	Aleman et al. ^d		SplitLS						
			Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
eil22	-	375,28 ^b	375,28	4,19	375,28	375,28	-	0,00	0,14	0,00	375,28
eil23	525,65	569,75 ^b	569,75	3,42	568,56	568,56	8,16	-0,21	0,12	0,00	568,56
eil30	-	512,72 ^b	512,72	14,47	512,72	512,72	-	0,00	0,32	0,00	512,72
eil33	-	853,10 ^b	853,10	14,03	837,06	837,06	-	-1,88	0,45	0,00	837,06
eil51	518,26	524,61 ^b	524,61	54,91	524,61	524,61	1,23	0,00	1,63	0,24	524,61
eilA76	809,67	829,58 ^a	851,24	83,28	823,89	825,22	1,92	-0,53	27,25	3,19	823,89
eilB76	985,42	1023,23 ^a	1059,57	79,00	1009,04	1011,19	2,62	-1,18	44,98	0,15	1009,04
eilC76	723,55	753,29 ^b	753,29	148,20	738,67	739,83	2,25	-1,79	15,68	0,01	738,67
eilD76	672,54	699,35 ^b	699,35	140,83	687,60	688,37	2,35	-1,57	9,92	0,03	687,60
eilA101	803,62	851,39 ^a	852,74	319,33	826,14	826,26	2,82	-2,95	36,59	0,01	826,14
eilB101	1055,40	1118,93 ^a	1139,27	185,84	1076,26	1078,58	2,20	-3,61	101,26	0,06	1076,26

Resultados - Instâncias de Belenguer et. al. (2000)

Problem	LB	BKS	Aleman et al. ^d		SplitILS						
			Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	LB Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
S51D1	457,10	464,78 ^a	471,92	40,53	459,50	459,50	0,53	-1,14	1,07	0,02	459,50
S51D2	700,40	719,82 ^a	731,01	28,34	708,42	709,54	1,30	-1,43	9,98	0,15	708,42
S51D3	938,50	955,56 ^a	1001,22	14,70	948,01	949,96	1,22	-0,59	14,15	0,34	947,97
S51D4	1549,70	1614,36 ^a	1680,66	16,53	1561,01	1563,25	0,87	-3,17	59,96	0,01	1560,92
S51D5	1318,90	1343,07 ^a	1389,40	13,94	1333,67	1333,85	1,13	-0,69	32,41	0,21	1333,67
S51D6	2154,70	2179,65 ^a	2218,23	16,83	2169,10	2174,71	0,93	-0,23	83,79	30,90	2169,10
S76D1	592,60	606,47 ^b	606,47	476,27	598,94	598,98	1,08	-1,24	4,54	0,25	598,94
S76D2	1071,30	1129,06 ^a	1143,36	46,94	1087,99	1089,69	1,72	-3,49	74,51	0,08	1087,99
S76D3	1407,54	1442,08 ^a	1490,08	53,34	1427,81	1429,01	1,53	-0,91	88,72	1,76	1427,81
S76D4	2059,80	2100,15 ^a	2173,61	51,84	2079,76	2080,76	1,02	-0,92	173,55	2,69	2079,76
S101D1	716,80	749,19 ^b	749,19	2125,58	726,59	728,44	1,62	-2,77	14,16	0,01	726,59
S101D2	1358,90	1417,87 ^a	1443,44	217,91	1383,35	1386,45	2,03	-2,22	129,94	0,06	1378,19
S101D3	1853,10	1906,28 ^a	1988,78	146,61	1876,97	1881,26	1,52	-1,31	277,62	1,84	1876,48
S101D5	2767,60	2873,08 ^c	2984,48	104,05	2792,01	2795,73	1,02	-2,69	696,64	0,38	2789,54
Média				176,04			1,87	-1,46	75,97	1,69	

a - Archetti et al. [3]

b - Aleman et al. [2]

c - Wilck IV e Cavalier [12], Xeon 2,49 GHz, uma única execução

d - Pentium 4, 2,8 GHz, uma única execução, Avg. cTime (s): 73,68

Resultados - Instâncias de Campos et. al. (2008)

Problem	Campos et al. ^c			Aleman et al. ^d		SplitILS					
	BKS	Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
p01-50	524,61 ^a	524,61	49,70	524,61	54,91	524,61	524,61	0,00	1,87	0,22	524,61
p02-75	829,01 ^a	829,01	166,50	851,24	83,28	823,89	824,77	-0,51	30,84	6,72	823,89
p03-100	829,45 ^a	829,45	276,10	852,74	319,33	826,14	826,39	-0,37	40,81	3,20	826,14
p04-150	1045,22 ^a	1045,22	527,10	1074,11	1361,16	1024,59	1026,60	-1,78	251,66	1,06	1023,66
p05-199	1324,73 ^a	1324,73	588,30	1368,67	3284,64	1289,40	1296,37	-2,14	1594,46	10,70	1286,08
p06-120	1042,12 ^a	1042,12	270,30	1201,83	3414,41	1037,88	1043,41	0,12	90,06	20,49	1037,88
p07-100	819,56 ^a	819,56	192,40	824,78	126,08	819,56	819,56	0,00	27,99	0,13	819,56
p01-50D1	460,79 ^a	460,79	51,80	471,92	33,70	460,79	460,79	0,00	1,16	0,02	460,79
p02-75D1	596,99 ^a	596,99	144,00	597,46	303,77	596,25	596,25	-0,12	5,00	0,61	596,25
p03-100D1	726,81 ^a	726,81	272,10	745,35	2194,23	726,81	730,01	0,44	17,72	13,70	726,81
p04-150D1	871,26 ^a	871,26	743,30	891,98	3461,44	866,31	866,31	-0,57	119,63	2,77	866,31
p05-199D1	1023,14 ^a	1023,14	1874,80	1073,55	15505,22	1017,30	1018,40	-0,46	438,21	27,99	1017,28
p06-120D1	976,57 ^a	976,57	370,90	1087,80	3952,67	975,96	976,42	-0,02	46,16	8,15	975,96
p07-100D1	636,00 ^a	636,00	166,50	673,54	1207,42	632,63	633,11	-0,45	14,38	2,75	632,63
p01-50D2	741,06 ^a	741,06	66,40	766,19	19,77	741,06	741,26	0,03	9,87	4,12	741,06
p02-75D2	1071,87 ^a	1071,87	143,80	1099,47	73,05	1064,49	1066,87	-0,47	53,42	3,14	1064,49
p03-100D2	1397,50 ^a	1397,50	305,10	1425,90	190,53	1376,09	1380,28	-1,23	182,16	1,85	1374,19
p04-150D2	1937,20 ^a	1937,20	326,60	1978,01	878,55	1861,63	1866,48	-3,65	1055,54	0,29	1861,53
p05-199D2	2433,17 ^a	2433,17	32,10	2464,65	1457,16	2307,82	2313,37	-4,92	2440,32	0,16	2306,80
p06-120D2	2742,60 ^a	2742,60	380,80	2806,92	558,56	2703,75	2708,51	-1,24	762,81	6,43	2703,75
p07-100D2	1418,81 ^a	1418,81	206,30	1428,27	123,00	1413,85	1413,91	-0,35	130,70	1,21	1413,85

Resultados - Instâncias de Campos et. al. (2008)

Problem	BKS	Campos et al. ^c		Aleman et al. ^d		SplitILS					
		Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
p01-50D3	997, 83 ^a	997,83	87,10	1039,89	18,16	<u>982,77</u>	<u>983,70</u>	-1,42	18,44	0,40	982,77
p02-75D3	1463, 60 ^a	1463,60	126,80	1478,67	67,80	<u>1393,11</u>	<u>1393,11</u>	-4,82	101,77	0,04	1393,11
p03-100D3	1908, 02 ^a	1908,02	225,20	1956,13	154,47	<u>1823,17</u>	<u>1827,47</u>	-4,22	326,55	0,06	1822,36
p04-150D3	2649, 97 ^a	2649,97	21,30	2671,62	625,83	<u>2528,51</u>	<u>2531,79</u>	-4,46	1514,55	0,08	2525,51
p05-199D3	3291, 96 ^a	3291,96	31,20	3411,38	2173,84	<u>3153,01</u>	<u>3163,89</u>	-3,89	3895,07	0,32	3153,01
p06-120D3	3979, 67 ^a	3979,67	329,00	4026,53	358,56	<u>3907,27</u>	<u>3910,03</u>	-1,75	1543,98	26,71	3907,27
p07-100D3	1995, 34 ^a	1995,34	266,50	2007,11	107,47	<u>1967,41</u>	<u>1967,93</u>	-1,37	260,65	0,41	1967,41
p01-50D4	1522, 43 ^b	1554,38	92,60	1522,43	16,36	<u>1456,00</u>	<u>1456,87</u>	-4,31	46,74	0,01	1456,00
p02-75D4	2182, 34 ^a	2182,34	119,90	2200,51	71,11	<u>2081,38</u>	<u>2084,62</u>	-4,48	219,74	0,02	2081,37
p03-100D4	2865, 86 ^b	2894,21	177,90	2865,86	126,52	<u>2751,13</u>	<u>2754,52</u>	-3,89	629,59	0,03	2749,05
p04-150D4	4062, 88 ^a	4062,88	50,40	4165,18	671,36	<u>3988,06</u>	<u>3997,49</u>	-1,61	1986,49	2,41	3988,06
p05-199D4	5074, 57 ^a	5074,57	50,70	5184,57	3650,59	<u>4844,58</u>	<u>4855,82</u>	-4,31	3806,84	0,25	4842,97
p06-120D4	6357, 33 ^a	6357,33	20,60	6364,87	458,91	<u>6201,66</u>	<u>6215,87</u>	-2,23	1975,24	0,57	6196,48
p07-100D4	3156, 31 ^b	3166,31	272,70	3156,31	96,98	<u>3087,75</u>	<u>3088,96</u>	-2,13	435,09	0,04	3087,75
p01-50D5	1532, 19 ^a	1532,19	92,40	1540,39	15,33	<u>1467,47</u>	<u>1467,47</u>	-4,22	48,93	0,01	1467,47
p02-75D5	2228, 90 ^a	2228,90	11,10	2238,98	80,30	<u>2112,19</u>	<u>2113,38</u>	-5,18	267,72	0,02	2110,20
p03-100D5	2941, 64 ^b	2986,33	17,00	2941,64	103,94	<u>2813,82</u>	<u>2817,05</u>	-4,24	737,35	0,04	2813,35
p04-150D5	4165, 18 ^b	4185,68	23,00	4165,18	675,39	<u>3986,49</u>	<u>3996,85</u>	-4,04	2076,38	0,16	3986,49
p05-199D5	5265, 01 ^a	5265,01	327,30	5363,65	3026,22	<u>5061,25</u>	<u>5070,77</u>	-3,69	4570,46	0,33	5061,25
p06-120D5	6481, 09 ^a	6481,09	20,50	6545,50	469,17	<u>6372,58</u>	<u>6375,64</u>	-1,63	2289,79	1,93	6370,97
p07-100D5	3225, 63 ^b	3248,76	16,00	3225,63	110,05	<u>3125,47</u>	<u>3126,22</u>	-3,08	619,62	0,03	3125,47

Resultados - Instâncias de Campos et. al. (2008)

Problem	BKS	Campos et al. ^c		Aleman et al. ^d		SplitILS					
		Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time (s)	Best All Exp.
p01-50D6	2215, 34 ^b	2312,48	5,80	2215,34	18,70	<u>2154,21</u>	<u>2154,51</u>	-2,75	83,85	0,01	2154,21
p02-75D6	3304, 24 ^b	3387,86	10,50	3304,24	58,05	<u>3179,20</u>	<u>3181,30</u>	-3,72	441,77	0,01	3179,08
p03-100D6	4429, 21 ^b	4576,13	38,30	4429,21	94,98	<u>4294,12</u>	<u>4298,50</u>	-2,95	731,49	0,03	4294,12
p04-150D6	6479, 46 ^a	6479,46	30,50	6482,11	584,84	<u>6231,01</u>	<u>6233,76</u>	-3,79	1660,06	0,09	6230,49
p05-199D6	8323, 72 ^a	8323,72	215,00	8329,55	2124,66	<u>8045,18</u>	<u>8047,68</u>	-3,32	4718,09	0,25	8041,01
p06-120D6	10158, 32 ^a	10158,32	20,40	10302,16	636,72	<u>10001,95</u>	<u>10005,18</u>	-1,51	2209,90	0,08	10001,95
p07-100D6	5028, 78 ^b	5065,26	13,80	5028,78	178,19	<u>4902,81</u>	<u>4907,00</u>	-2,42	823,19	0,04	4902,37
Média			201,40		1130,15			-2,23	925,59	3,06	

a - Campos et al. [7]

b - Aleman et al. [2]

c - Pentium 4, 2,4 GHz; uma única execução; Avg. cTime (s): 65,91

d - Pentium 4, 2,8 GHz; uma única execução; Avg. cTime (s): 473,04

Resultados - Instâncias de Archetti et. al. (2008)

Problem	LB ^a	BKS ^a	SplitILS						
			Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap LB (%)	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
p01-50	-	-	524,61	524,61	-	-	1,83	-	524,61
p02-75	-	-	823,89	824,39	-	-	30,31	-	823,89
p03-100	-	-	826,14	826,45	-	-	42,16	-	826,14
p04-150	-	-	1023,87	1026,48	-	-	243,93	-	1023,66
p05-199	-	-	1285,79	1292,79	-	-	1672,72	-	1285,25
p11-120	-	-	1037,88	1038,68	-	-	85,14	-	1037,88
p01-50D1	457,17	459,98	459,50	459,50	0,51	-0,10	1,21	0,09	459,50
p02-75D1	604,89	637,36	617,85	620,19	2,53	-2,69	5,72	0,02	617,85
p03-100D1	742,97	794,21	760,00	760,70	2,39	-4,22	22,00	0,03	760,00
p04-150D1	896,03	1065,94	921,47	923,74	3,09	-13,34	164,58	0,03	921,44
p05-199D1	1042,37	1188,45	1074,18	1080,65	3,67	-9,07	629,08	0,04	1074,18
p11-120D1	1023,37	1063,73	1043,19	1043,21	1,94	-1,93	93,35	8,15	1042,89
p01-50D2	747,25	771,65	756,71	760,52	1,78	-1,44	14,55	0,14	756,71
p02-75D2	1093,56	1124,70	1110,43	1112,70	1,75	-1,07	54,11	0,63	1109,62
p03-100D2	1435,23	1492,05	1458,46	1462,37	1,89	-1,99	200,43	0,48	1458,46
p04-150D2	1986,79	2109,45	2017,00	2021,78	1,76	-4,16	1156,99	0,13	2016,96
p05-199D2	2423,64	2632,22	2481,44	2487,28	2,63	-5,51	2846,16	0,14	2478,02
p11-120D2	2879,63	2988,61	2899,91	2905,28	0,89	-2,79	898,52	0,22	2898,46
p01-50D3	996,93	1011,64	1005,75	1005,93	0,90	-0,56	21,48	4,19	1005,75
p02-75D3	1483,17	1509,79	1502,05	1503,42	1,37	-0,42	110,02	2,86	1502,05
p03-100D3	1971,43	2018,09	1997,76	2001,83	1,54	-0,81	366,31	24,78	1996,76
p04-150D3	2811,64	2956,18	2849,66	2856,41	1,59	-3,37	1699,36	0,30	2849,66
p05-199D3	3420,17	3548,13	3472,79	3481,37	1,79	-1,88	3015,92	4,94	3471,71
p11-120D3	4162,99	4308,17	4219,01	4220,59	1,38	-2,03	2260,39	4,37	4217,59

Resultados - Instâncias de Archetti et. al. (2008)

Problem	LB ^a	BKS ^a	SplitILS						
			Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap LB (%)	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
p01-50D4	1470,91	1490,61	1488,27	1489,05	1,23	-0,10	52,71	3,54	1488,06
p02-75D4	2270,44	2372,22	2301,61	2304,89	1,52	-2,84	283,77	0,12	2301,15
p03-100D4	3043,27	3167,29	3090,65	3094,91	1,70	-2,29	746,44	0,14	3090,40
p04-150D4	4474,18	4708,11	4543,18	4550,63	1,71	-3,34	2467,51	0,21	4542,52
p05-199D4	5425,69	5894,69	5526,28	5530,56	1,93	-6,18	5799,52	0,34	5524,97
p11-120D4	6808,07	7020,87	6856,11	6863,96	0,82	-2,23	3363,54	0,79	6854,51
p01-50D5	1467,09	1498,30	1481,71	1484,62	1,19	-0,91	42,90	0,57	1481,71
p02-75D5	2192,25	2235,61	2219,52	2222,58	1,38	-0,58	261,25	18,55	2219,11
p03-100D5	2945,76	3044,92	2991,22	2991,89	1,57	-1,74	756,18	0,38	2990,27
p04-150D5	4269,77	4637,69	4336,80	4342,45	1,70	-6,37	2366,91	0,08	4332,45
p05-199D5	5306,11	5669,69	5404,44	5415,31	2,06	-4,49	5706,50	0,32	5399,91
p11-120D5	6584,11	6860,65	6674,97	6678,58	1,43	-2,65	2306,51	0,07	6662,11
p01-50D6	2133,94	2162,58	2156,14	2160,60	1,25	-0,09	84,35	19,39	2155,80
p02-75D6	3177,69	3259,82	3223,06	3226,79	1,55	-1,01	377,02	0,01	3223,06
p03-100D6	4316,42	4494,53	4387,32	4389,19	1,69	-2,34	719,27	0,03	4386,72
p04-150D6	6287,09	6529,63	6396,68	6402,63	1,84	-1,94	2180,59	0,09	6396,44
p05-199D6	8062,24	8400,74	8188,47	8195,06	1,65	-2,45	3528,41	0,22	8188,47
p11-120D6	10111,11	10456,19	10215,90	10218,78	1,06	-2,27	2006,24	0,07	10202,34
Média					1,69	-2,81	1159,19		

a - Archetti et al. [3]

Resultados - Instâncias de Chen et. al. (2007)

Problem	LB	BKS	Wilck et al. ^d		SplitILS						
			Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. LB Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
SD1	228,28	* 228, 28 ^b	228,28	0,27	228,28	228,28	0,00	0,00	0,05	0,00	228,28
SD2	708,28	* 708, 28 ^b	708,28	1,95	708,28	708,28	0,00	0,00	0,58	0,00	708,28
SD3	430,40	* 430, 40 ^b	430,58	1,94	430,58	430,58	0,04	0,04	0,59	-	430,58
SD4	630,62	* 630, 62 ^b	631,05	6,24	631,05	631,05	0,07	0,07	2,16	-	631,05
SD5	1381,76	1389, 94 ^b	1390,57	14,20	1390,57	1390,57	0,64	0,05	5,90	-	1390,57
SD6	830,86	* 830, 86 ^b	833,58	14,97	831,24	831,24	0,05	0,05	5,62	-	831,24
SD7	3640,00	3640, 00 ^b	3640,00	28,61	3640,00	3640,00	0,00	0,00	13,74	0,00	3640,00
SD8	5068,28	* 5068, 28 ^b	5068,28	48,26	5068,28	5068,28	0,00	0,00	24,07	0,01	5068,28
SD9	2031,22	2042, 88 ^b	2054,84	48,91	2044,20	2044,43	0,65	0,08	35,86	-	2044,20
SD10	2679,04	2683, 73 ^b	2746,54	114,16	2684,88	2684,88	0,22	0,04	81,76	-	2684,88
SD11	13275,00	13280, 00 ^b	13280,00	231,64	13280,00	13280,00	0,04	0,00	136,43	0,01	13280,00
SD12	7175,80	7239, 57 ^b	7279,97	227,11	7213,61	7216,34	0,56	-0,32	179,19	0,02	7213,61
SD13	10053,60	10105, 86 ^b	10110,57	421,95	10110,58	10110,58	0,57	0,05	168,07	-	10110,58
SD14	10588,20	10725, 38 ^b	10786,52	718,65	10715,53	10722,73	1,27	-0,02	432,26	196,13	10715,53
SD15	14908,50	15129, 68 ^b	15160,04	1278,35	15093,85	15102,85	1,30	-0,18	658,54	0,06	15093,85

Resultados - Instâncias de Chen et. al. (2007)

Problem	LB	BKS	Wilck et al. ^d		SplitILS						
			Best Sol.	Time (s)	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap LB (%)	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
SD16	3379,33	* 3379,33 ^b	3433,83	1225,88	3395,11	3395,16	0,47	0,47	580,27	-	3381,25
SD17	26317,20	26533,39 ^b	26559,92	1722,20	26493,56	26499,23	0,69	-0,13	484,43	0,10	26493,56
SD18	14029,20	14283,51 ^b	14302,22	1735,83	14197,80	14202,85	1,24	-0,56	676,77	0,10	14197,80
SD19	19707,20	20152,53 ^c	20152,53	3093,17	19989,95	20000,54	1,49	-0,75	1261,95	0,17	19989,95
SD20	39252,80	39706,51 ^c	39706,51	6208,16	39641,91	39648,42	1,01	-0,15	1518,12	0,33	39637,53
SD21	11271,00	* 11271,00 ^a	11461,20	10565,70	11344,96	11357,62	0,77	0,77	4326,99	-	11344,96
Média				1319,44			0,53	-0,02	504,44		

* - Solução ótima

a - Moreno et al. [11]

b - Archetti et al. [3]

c - Wilck IV e Cavalier [12]

d - Xeon 2,49 GHz, uma única execução

Resultados - PRVEF-FI

Resultados computacionais:

PRVEF Frota Ilimitada

Resultados - Instâncias de Belenguer et. al. (2000)

- Custos Arredondados para o inteiro mais próximo;

Problem	Boudia et al. ^c			Aleman and Hill ^d			SplitILS						
	BKS	Best Sol.	Time (s)	K	Best Sol.	Time (s)	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
eil22	375 ^a	375	4,11	4	375	2,58	4,00	375	375,00	0,00	0,15	0,00	375
eil23	569 ^a	569	5,47	3	570	1,59	3,00	569	569,00	0,00	0,11	0,00	569
eil30	503 ^a	503	5,70	4	503	7,45	4,00	503	503,00	0,00	0,23	0,00	503
eil33	835 ^a	835	5,19	4	844	8,38	4,00	835	835,00	0,00	0,45	0,01	835
eil51	521 ^a	521	7,28	5	526	49,84	5,00	521	521,00	0,00	1,75	0,10	521
eilA76	818 ^a	828	35,94	10	847	145,78	10,00	818	821,75	0,46	24,63	11,69	818
eilB76	1007 ^a	1019	13,09	14	1027	91,36	14,00	1002	1007,05	0,00	37,68	25,37	1002
eilC76	733 ^a	738	14,75	8	754	151,13	8,00	733	733,75	0,10	14,75	6,24	732
eilD76	682 ^a	682	23,12	7	691	122,52	7,00	682	683,05	0,15	10,39	6,43	681
eilA101	815 ^a	818	25,25	8	834	295,22	8,00	814	816,20	0,15	32,61	20,95	814
eilB101	1082 ^a	1082	21,81	14	1104	173,13	14,00	1061	1064,00	-1,66	78,42	5,54	1061

Resultados - Instâncias de Belenguer et. al. (2000)

Problem	Boudia et al. ^c			Aleman and Hill ^d			SplitILS						
	BKS	Best Sol.	Time (s)	K	Best Sol.	Time (s)	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
S51D1	458 ^a	458	8,77	3	465	13,56	3,00	458	458,00	0,00	1,17	0,05	458
S51D2	706 ^a	707	7,44	9	715	31,66	9,00	703	704,75	-0,18	8,12	0,79	703
S51D3	945 ^a	945	7,84	15	966	18,75	15,00	943	944,05	-0,10	13,06	0,81	943
S51D4	1578 ^a	1578	11,98	27	1621	19,77	27,35	1553	1556,50	-1,36	39,25	0,04	1552
S51D5	1336 ^a	1351	16,72	23	1357	15,39	23,00	1328	1329,25	-0,51	32,07	1,75	1328
S51D6	2177 ^a	2182	9,92	41	2228	14,38	41,15	2163	2166,15	-0,50	52,95	0,01	2163
S76D1	592 ^a	592	15,23	4	606	252,28	4,00	592	592,30	0,05	4,75	2,06	592
S76D2	1087 ^a	1089	30,50	15	1124	60,44	15,00	1082	1083,15	-0,35	53,60	15,28	1081
S76D3	1420 ^a	1427	12,89	23	1466	51,13	23,00	1420	1423,05	0,21	67,81	56,14	1419
S76D4	2094 ^a	2117	8,76	37	2170	53,56	37,00	2073	2074,95	-0,91	144,89	7,53	2070
S101D1	716 ^a	717	49,75	5	741	860,31	5,00	716	718,35	0,33	14,76	12,13	716
S101D2	1372 ^a	1372	31,72	20	1398	219,52	20,00	1366	1371,40	-0,04	112,47	60,90	1364
S101D3	1891 ^a	1891	33,98	31	1936	132,19	31,00	1864	1868,05	-1,21	236,05	2,91	1860
S101D5	2854 ^a	2854	18,66	48	2897	131,16	49,00	2770	2779,10	-2,62	439,49	0,11	2769
Média			17,03			116,92				-0,32	56,87	9,47	

a - Boudia et al. [6]

b - Aleman et al. [1]

c - PC 3,0 GHz, uma única execução, Avg. cTime (s): 9,28

d - Pentium 4, 2,8 GHz, uma única execução, Avg. cTime (s): 48,94

Resultados - Instâncias de Belenguer et. al. (2000)

Problem	LB	Aleman and Hill ^d					SplitILS							
		BKS	K	Best Sol.	Time (s)	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	LB Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.	
eil22	-	375,28 ^b	4	375,28	2,58	4,00	375,28	375,28	-	0,00	0,15	0,00	375,28	
eil23	451,80	569,75 ^b	3	569,75	1,59	3,00	568,56	568,56	25,84	-0,21	0,13	0,00	568,56	
eil30	218,92	505,01 ^b	4	505,01	7,45	4,00	505,01	505,01	130,68	0,00	0,24	0,00	505,01	
eil33	-	843,64 ^b	4	843,64	8,38	4,00	837,06	837,06	-	-0,78	0,51	0,00	837,06	
eil51	518,23	527,67 ^b	5	527,67	49,84	5,00	524,61	524,61	1,23	-0,58	1,79	0,16	524,61	
eilA76	809,58	832,71 ^a	10	853,20	145,78	10,00	823,89	824,92	1,89	-0,94	30,76	0,52	823,89	
eilB76	984,13	1034,21 ^b	14	1034,21	91,36	14,00	1009,04	1012,07	2,84	-2,14	51,83	0,16	1009,04	
eilC76	721,39	761,55 ^b	8	761,55	151,13	8,00	738,67	739,89	2,56	-2,84	16,96	0,02	738,67	
eilD76	672,34	695,96 ^b	7	695,96	122,52	7,00	687,60	689,36	2,53	-0,95	11,16	0,04	687,60	
eilA101	804,27	844,21 ^b	8	844,21	295,22	8,00	826,14	826,58	2,77	-2,09	38,90	0,04	826,14	
eilB101	1055,59	1112,15 ^b	14	1112,15	173,13	14,00	1076,26	1079,15	2,23	-2,97	110,61	0,16	1076,26	

Resultados - Instâncias de Belenguer et. al. (2000)

Problem	LB	Aleman and Hill ^d					SplitILS					Best All Exp.	
		BKS	K	Best Sol.	Time (s)	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)		Avg. Time (s)
S51D1	457,08	459,50 ^a	3	468,79	13,56	3,00	459,50	459,50	0,53	0,00	1,24	0,01	459,50
S51D2	697,00	717,18 ^a	9	718,69	31,66	9,00	709,29	709,49	1,79	-1,07	11,20	0,03	708,42
S51D3	933,97	960,38 ^a	15	969,78	18,75	15,00	948,06	950,12	1,73	-1,07	15,74	0,03	947,97
S51D4	1545,19	1569,92 ^a	27	1628,20	19,77	27,60	1562,01	1563,29	1,17	-0,42	56,28	2,23	1561,34
S51D5	1316,93	1339,38 ^a	23	1362,19	15,39	23,00	1333,67	1333,67	1,27	-0,43	36,69	1,36	1333,67
S51D6	2149,55	2182,13 ^a	41	2236,16	14,38	41,60	2169,10	2177,78	1,31	-0,20	62,55	0,19	2169,10
S76D1	590,92	613,70 ^b	4	613,70	252,28	4,00	598,94	598,94	1,36	-2,41	4,86	0,02	598,94
S76D2	1066,88	1104,56 ^a	15	1128,15	60,44	15,00	1087,40	1089,45	2,12	-1,37	69,36	0,94	1087,40
S76D3	1406,85	1435,10 ^a	23	1472,92	51,13	23,00	1427,86	1429,26	1,59	-0,41	96,50	23,13	1427,81
S76D4	2053,66	2104,87 ^c	37	2180,13	53,56	37,00	2079,76	2081,16	1,34	-1,13	188,38	0,32	2079,76
S101D1	714,50	749,93 ^b	5	749,93	860,31	5,00	726,59	728,45	1,95	-2,86	15,93	0,27	726,59
S101D2	1356,78	1397,38 ^c	20	1409,03	219,52	20,00	1378,43	1386,03	2,16	-0,81	151,66	2,67	1378,43
S101D3	1845,07	1911,40 ^a	31	1947,62	132,19	31,00	1874,81	1880,62	1,93	-1,61	317,29	0,32	1874,81
S101D5	2758,21	2824,16 ^a	48	2910,71	131,16	49,00	2791,22	2795,36	1,35	-1,02	572,13	2,18	2790,70
Média					116,92				8,44	-1,13	74,51	1,39	

a - Archetti et al. [3]

b - Aleman et al. [1]

c - Gulczynski et al. [10], Pentium 4, 3,0 GHz, uma única execução

d - Pentium 4, 2,8 GHz, uma única execução, Avg. cTime (s): 48,94

Resultados - Instâncias de Campos et. al. (2008)

Problem	Boudia et al. ^c			Aleman and Hill ^d			SplitILS						
	BKS	Best Sol.	Time (s)	K	Best Sol.	Time (s)	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
p01-50	524,61 ^a	524,61	8,53	5	527,67	49,84	5,00	524,61	524,61	0,00	1,82	0,28	524,61
p02-75	823,89 ^a	823,89	35,72	11	853,20	145,78	10,00	823,89	824,80	0,11	30,52	10,20	823,89
p03-100	827,39 ^a	829,44	34,59	8	844,21	295,22	8,00	826,14	826,39	-0,12	40,01	3,09	826,14
p04-150	1025,49 ^a	1042,37	103,69	12	1079,55	2217,67	12,00	1023,66	1026,89	0,14	250,37	198,64	1023,66
p05-199	1293,00 ^a	1311,59	353,84	17	1339,49	4514,28	16,05	1286,92	1293,71	0,05	1298,10	1040,29	1285,55
p06-120	1037,88 ^a	1041,20	50,92	7	1051,24	1944,19	7,00	1037,88	1039,13	0,12	81,50	51,32	1037,88
p07-100	819,56 ^a	819,56	42,89	10	819,60	75,33	10,00	819,56	819,56	0,00	27,67	0,13	819,56
p01-50D1	460,79 ^a	460,79	12,38	3	466,74	19,69	3,00	460,79	460,79	0,00	1,17	0,04	460,79
p02-75D1	596,25 ^a	600,06	18,75	4	614,09	136,14	4,00	596,25	596,25	0,00	4,98	0,15	596,25
p03-100D1	726,81 ^a	726,81	37,12	5	741,60	1944,09	5,00	726,81	730,80	0,55	16,67	14,08	726,81
p04-150D1	866,31 ^a	875,61	100,27	8	891,10	2640,95	8,00	866,31	866,31	0,00	120,92	18,68	866,31
p05-199D1	1018,38 ^a	1018,71	356,22	10	1069,24	11215,52	10,00	1017,28	1018,59	0,02	431,97	261,10	1017,28
p06-120D1	976,57 ^a	976,57	72,98	6	990,59	2736,34	6,00	975,96	976,57	0,00	44,82	13,57	975,96
p07-100D1	634,57 ^a	649,73	34,97	6	658,99	461,75	5,15	632,63	636,76	0,35	12,28	7,29	632,63
p01-50D2	741,06 ^a	751,41	10,22	10	753,98	23,17	10,00	741,06	741,26	0,03	9,72	5,86	741,06
p02-75D2	1067,80 ^a	1074,46	34,14	15	1085,70	97,17	15,00	1064,49	1066,36	-0,13	53,25	23,82	1064,49
p03-100D2	1377,28 ^a	1392,85	78,06	20	1416,35	160,95	20,00	1376,22	1380,23	0,21	187,76	173,95	1374,15
p04-150D2	1875,09 ^a	1878,71	147,89	30	1929,91	755,08	29,00	1861,63	1866,95	-0,43	1041,64	147,76	1861,51
p05-199D2	2329,37 ^a	2340,14	347,14	39	2408,16	1544,36	38,00	2305,70	2313,04	-0,70	2296,08	445,68	2305,70
p06-120D2	2720,35 ^a	2720,38	144,19	24	2744,74	463,97	23,00	2707,52	2710,15	-0,37	704,44	25,93	2703,88
p07-100D2	1415,78 ^a	1417,28	43,27	-	1441,48	98,31	20,00	1413,85	1413,99	-0,13	128,52	1,08	1413,85

Resultados - Instâncias de Campos et. al. (2008)

Problem	Boudia et al. ^c			Aleman and Hill ^d			SplittLS						
	BKS	Best Sol.	Time (s)	K	Best Sol.	Time (s)	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
p01-50D3	988, 31 ^a	988,31	12,49	15	1023,24	17,72	15,00	982,79	983,59	-0,48	18,04	0,21	982,77
p02-75D3	1398, 53 ^a	1413,80	37,38	23	1458,59	67,66	22,00	1393,11	1393,11	-0,39	97,13	12,47	1393,11
p03-100D3	1827, 65 ^a	1845,30	28,39	29	1886,70	145,05	29,00	1823,58	1827,81	0,01	313,83	123,39	1823,41
p04-150D3	2539, 75 ^a	2561,65	224,89	45	2647,17	470,34	43,00	2527,96	2531,50	-0,32	1445,25	256,58	2526,04
p05-199D3	3180, 30 ^a	3191,25	436,20	56	3296,69	1216,69	56,15	3156,02	3163,26	-0,54	3316,93	131,70	3155,85
p06-120D3	3934, 39 ^a	3934,39	163,14	35	4010,80	340,53	34,00	3907,27	3909,28	-0,64	1487,97	32,80	3907,27
p07-100D3	1994, 59 ^a	1994,59	51,31	30	2010,00	84,50	29,00	1967,41	1968,09	-1,33	265,71	0,37	1967,41
p01-50D4	1467, 06 ^a	1467,06	21,42	26	1530,81	19,11	25,00	1456,00	1457,37	-0,66	42,86	0,64	1456,00
p02-75D4	2087, 22 ^a	2102,58	46,11	39	2164,74	61,81	37,05	2081,38	2084,91	-0,11	191,06	47,31	2076,41
p03-100D4	2780, 95 ^a	2780,95	84,38	48	2874,86	125,28	48,00	2749,53	2753,99	-0,97	647,44	2,39	2749,53
p04-150D4	4045, 87 ^a	4045,87	244,91	74	4151,90	451,95	73,15	3988,64	3996,55	-1,22	1901,05	4,31	3987,58
p05-199D4	4941, 22 ^a	4941,22	725,69	93	5066,24	108,63	93,00	4843,83	4855,49	-1,73	3739,98	3,38	4843,83
p06-120D4	6308, 76 ^b	6318,37	196,14	56	6308,76	418,98	56,00	6195,37	6219,01	-1,42	1805,91	1,97	6195,37
p07-100D4	3113, 72 ^a	3113,72	52,13	48	3157,48	97,58	48,00	3088,47	3089,41	-0,78	416,34	0,22	3088,23
p01-50D5	1477, 01 ^a	1477,01	24,53	26	1505,38	19,09	25,00	1467,47	1467,47	-0,65	49,42	2,16	1467,47
p02-75D5	2132, 16 ^a	2132,16	51,78	38	2182,33	55,17	37,95	2111,83	2114,03	-0,85	212,38	6,17	2110,28
p03-100D5	2858, 87 ^a	2858,87	100,16	49	2929,29	134,84	49,00	2813,52	2817,05	-1,46	737,91	1,63	2813,37
p04-150D5	4045, 87 ^a	4045,87	244,86	74	4151,90	449,34	73,05	3985,76	3995,25	-1,25	1836,14	3,54	3985,76
p05-199D5	5155, 36 ^a	5155,36	749,94	96	5281,55	119,04	96,00	5063,89	5072,74	-1,60	4222,85	3,52	5056,93
p06-120D5	6399, 42 ^a	6424,71	271,39	58	6511,08	436,80	58,00	6373,24	6376,25	-0,36	2303,70	16,18	6372,92
p07-100D5	3155, 69 ^a	3155,69	91,31	50	3200,62	96,39	49,00	3125,47	3125,98	-0,94	568,97	0,61	3125,35

Resultados - Instâncias de Campos et. al. (2008)

Problem	Boudia et al. ^c			Aleman and Hill ^d				SplittLS					
	BKS	Best Sol.	Time (s)	K	Best Sol.	Time (s)	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. BKS (s)	Best All Exp.
p01-50D6	2154,35 ^a	2154,35	22,91	41	2219,32	24,41	41,00	2150,97	2152,95	-0,06	51,94	5,02	2150,97
p02-75D6	3200,35 ^a	3200,35	27,48	60	3278,33	86,27	60,25	3178,47	3181,28	-0,60	412,86	0,59	3178,47
p03-100D6	4312,95 ^a	4312,95	55,75	80	4435,56	185,55	80,00	4294,12	4299,40	-0,31	737,85	0,03	4294,10
p04-150D6	6267,48 ^a	6267,48	401,62	119	6416,12	678,94	119,00	6232,37	6234,56	-0,53	1543,69	0,09	6229,85
p05-199D6	8081,58 ^a	8081,58	571,70	158	8333,61	153,12	158,00	8037,88	8048,57	-0,41	4616,79	3,46	8037,88
p06-120D6	10017,47 ^a	10063,47	298,08	95	10186,06	30,32	95,00	10003,99	10005,29	-0,12	2161,59	1,91	10001,12
p07-100D6	4919,48 ^a	4919,48	180,11	80	4996,88	152,92	80,00	4903,00	4906,56	-0,26	799,40	8,30	4902,73
Média			152,73			771,18				-0,41	872,02	63,55	

a - Boudia et al. [6]

b - Aleman et al. [1]

c - PC 3,0 GHz, uma única execução, Avg. cTime (s): 83,21

d - Pentium 4, 2,8 GHz, uma única execução, Avg. cTime (s): 322,79

Resultados - Instâncias de Archetti et. al. (2008)

Problem	Derigs et al. ^c						SplittLS					
	LB	BKS	K	Best Sol.	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
p01-50	-	524, 61 ^b	5	524,61	5,00	524,61	524,61	-	0,00	1,88	0,48	524,61
p02-75	-	823, 89 ^b	10	829,89	10,00	823,89	825,06	-	0,14	29,69	14,04	823,89
p03-100	-	826, 14 ^b	8	826,14	8,00	826,14	826,45	-	0,04	40,52	12,91	826,14
p04-150	-	1028, 42 ^b	12	1028,42	12,00	1023,87	1027,28	-	-0,11	233,73	59,28	1023,66
p05-199	-	1296, 66 ^b	16	1302,89	16,00	1289,89	1293,24	-	-0,26	1355,25	564,00	1283,27
p11-120	-	1042, 12 ^b	7	1042,12	7,00	1037,88	1043,38	-	0,12	84,84	9,02	1037,88
p01-50D1	456,63	459, 50 ^a	-	-	3,00	459,50	459,50	0,63	0,00	1,16	0,03	459,50
p02-75D1	604,70	652, 93 ^a	-	-	5,00	617,85	619,59	2,46	-5,11	5,70	0,00	617,85
p03-100D1	743,06	788, 23 ^a	-	-	6,00	760,00	760,46	2,34	-3,52	21,65	0,09	760,00
p04-150D1	895,46	984, 69 ^a	-	-	9,00	921,91	923,69	3,15	-6,19	161,90	0,04	921,47
p05-199D1	1042,37	1268, 79 ^a	-	-	12,00	1074,18	1080,64	3,67	-14,83	626,12	0,04	1074,18
p11-120D1	1023,39	1071, 58 ^a	-	-	8,00	1043,19	1043,22	1,94	-2,65	109,76	0,14	1042,89
p01-50D2	750,45	758, 20 ^a	11	776,42	11,00	757,15	761,12	1,42	0,39	13,24	10,87	756,71
p02-75D2	1095,65	1116, 75 ^b	16	1123,97	16,00	1109,62	1112,11	1,50	-0,42	53,26	8,69	1109,62
p03-100D2	1437,78	1472, 53 ^b	22	1478,59	22,00	1458,46	1462,68	1,73	-0,67	179,69	18,52	1458,46
p04-150D2	1986,34	2037, 00 ^b	32	2055,18	32,00	2016,97	2021,36	1,76	-0,77	1109,88	98,57	2016,93
p05-199D2	2423,99	2528, 82 ^b	41	2540,06	41,05	2478,40	2486,54	2,58	-1,67	2661,25	4,76	2477,44
p11-120D2	2867,79	2907, 39 ^b	26	2913,09	26,00	2898,50	2907,07	1,37	-0,01	895,11	413,06	2898,46

Resultados - Instâncias de Archetti et. al. (2008)

Problem	LB	BKS	Derigs et al. ^c				SplitILS					Best All Exp.
			K	Best Sol.	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. LB Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	
p01-50D3	996,72	1007, 51 ^b	16	1012,56	16,00	1005,75	1005,75	0,91	-0,17	20,70	2,39	1005,75
p02-75D3	1482,50	1504, 74 ^b	24	1508,73	24,00	1502,05	1503,57	1,42	-0,08	108,37	26,32	1502,05
p03-100D3	1971,34	2018, 94 ^b	33	2035,91	33,00	1996,76	2002,23	1,57	-0,83	362,02	6,92	1996,76
p04-150D3	2811,98	2901, 62 ^b	49	2912,08	49,00	2849,66	2857,28	1,61	-1,53	1518,82	3,72	2849,66
p05-199D3	3420,23	3548, 31 ^b	63	3581,66	63,00	3471,41	3480,76	1,77	-1,90	3014,82	6,03	3471,33
p11-120D3	4156,68	4259, 94 ^a	40	4270,38	40,00	4219,01	4220,79	1,54	-0,92	1957,37	83,32	4218,50
p01-50D4	1471,54	1488, 58 ^b	27	1489,64	27,00	1488,58	1488,89	1,18	0,02	43,04	28,41	1488,40
p02-75D4	2272,05	2318, 28 ^a	41	2340,09	41,00	2298,58	2301,85	1,31	-0,71	207,22	2,60	2298,33
p03-100D4	3042,93	3116, 61 ^b	56	3145,33	56,00	3085,69	3093,64	1,67	-0,74	736,52	8,56	3085,69
p04-150D4	4474,92	4581, 32 ^b	84	4638,74	83,05	4545,46	4550,85	1,70	-0,67	2410,48	60,96	4543,23
p05-199D4	5422,95	5669, 26 ^b	105	5669,26	106,00	5521,57	5529,06	1,96	-2,47	4349,61	0,33	5520,69
p11-120D4	6780,19	6881, 04 ^b	67	6890,39	67,00	6854,09	6865,23	1,25	-0,23	3442,31	159,93	6854,03
p01-50D5	1466,34	1487, 81 ^b	26	1488,28	26,00	1481,71	1483,36	1,16	-0,30	44,11	6,69	1481,71
p02-75D5	2195,44	2228, 69 ^b	39	2243,93	39,00	2219,97	2224,06	1,30	-0,21	265,00	85,83	2219,52
p03-100D5	2945,42	3002, 64 ^b	53	3014,08	53,00	2989,30	2992,75	1,61	-0,33	742,88	55,01	2988,38
p04-150D5	4267,33	4374, 56 ^b	79	4435,95	79,00	4334,71	4341,15	1,73	-0,76	2357,52	19,48	4334,71
p05-199D5	5304,09	5487, 55 ^b	102	5541,09	102,95	5409,76	5417,75	2,14	-1,27	4524,33	5,43	5403,35
p11-120D5	6593,28	6658, 52 ^b	64	6671,04	64,00	6673,95	6678,11	1,29	0,29	2354,02	-	6652,64

Resultados - Instâncias de Archetti et. al. (2008)

Problem	LB	Derigs et al. ^c				SplitILS						
		BKS	K	Best Sol.	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time (s)	Best All Exp.
p01-50D6	2134,96	2160,66 ^b	41	2174,54	41,00	2156,14	2161,31	1,23	0,03	78,49	39,87	2155,80
p02-75D6	3177,20	3234,64 ^b	61	3266,78	61,00	3223,40	3226,20	1,54	-0,26	378,95	3,86	3223,40
p03-100D6	4319,16	4411,32 ^b	82	4447,47	82,00	4387,32	4389,43	1,63	-0,50	675,01	0,08	4387,32
p04-150D6	6284,76	6467,17 ^b	122	6467,17	122,85	6395,41	6402,15	1,87	-0,94	1926,20	0,09	6393,22
p05-199D6	8062,14	8297,71 ^b	161	8297,71	161,00	8192,03	8195,67	1,66	-1,23	3258,29	0,22	8188,15
p11-120D6	10113,55	10233,37 ^b	98	10233,37	98,00	10204,81	10216,80	1,02	-0,16	2279,57	13,91	10204,79
Média								1,68	-1,22	1062,86		

a - Archetti et al. [3]

b - Derigs et al. [9]

c - PC 3,0 GHz, 3600 segundos para todas as instâncias (cTime (s): 1944)

c - Melhor de 5 execuções usando a heurística ABHC

Resultados - Instâncias de Chen et. al. (2007)

Problem	Aleman and Hill ^d						SplitILS						
	LB	BKS	K	Best Sol.	Best Time (s)	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. LB Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)	Best All Exp.
SD1	228,28	*228,28 ^a	6	228,28	0,00	6,00	228,28	228,28	0,00	0,00	0,05	0,00	228,28
SD2	708,28	*708,28 ^a	12	708,28	0,02	12,00	708,28	708,28	0,00	0,00	0,63	0,02	708,28
SD3	430,40	*430,40 ^a	12	430,58	0,03	12,00	430,58	430,58	0,04	0,04	0,62	-	430,58
SD4	630,62	*630,62 ^a	18	631,05	0,08	18,00	631,05	631,05	0,07	0,07	2,26	-	631,05
SD5	1373,25	1389,94 ^a	24	1390,57	0,13	24,00	1390,57	1390,57	1,26	0,05	6,07	-	1390,57
SD6	830,86	*830,86 ^a	24	831,24	0,14	24,00	831,24	831,24	0,05	0,05	5,81	-	831,24
SD7	3638,45	3640,00 ^a	30	3640,00	0,09	30,00	3640,00	3640,00	0,04	0,00	14,12	0,00	3640,00
SD8	5068,28	*5068,28 ^a	36	5068,28	0,14	36,00	5068,28	5068,28	0,00	0,00	24,93	0,01	5068,28
SD9	2028,08	2042,88 ^a	36	2071,03	0,36	36,00	2044,20	2044,20	0,79	0,06	38,78	-	2044,20
SD10	2678,83	2683,73 ^a	48	2747,83	0,89	48,00	2684,88	2684,88	0,23	0,04	101,10	-	2684,88
SD11	13111,11	13280,00 ^a	60	13280,00	0,41	60,00	13280,00	13280,00	1,29	0,00	152,42	0,02	13280,00
SD12	7089,27	7213,62 ^b	60	7213,62	0,84	60,00	7213,61	7216,60	1,80	0,04	210,71	160,60	7213,61
SD13	9969,93	10105,86 ^a	72	10110,58	1,20	72,00	10110,58	10110,58	1,41	0,05	189,45	-	10110,58
SD14	10502,76	10754,70 ^a	90	10802,87	2,31	90,00	10717,53	10723,79	2,10	-0,29	479,85	0,04	10715,52
SD15	14787,05	15152,88 ^c	108	15153,45	3,20	108,00	15094,48	15105,90	2,16	-0,31	731,98	0,06	15093,85

Resultados - Instâncias de Chen et. al. (2007)

Problem	Aleman and Hill ^d						SplitILS					Best All Exp.	
	LB	BKS	K	Best Sol.	Time (s)	Avg. K	Best Sol.	Avg. Sol.	Avg. Gap (%)	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)		Avg. Time (s)
SD16	3379,33	* 3379,33 ^a	108	3446,43	7,59	108,00	3381,26	3394,48	0,45	0,45	930,72	-	3381,25
SD17	26166,80	26493,56 ^b	120	26493,56	7,27	120,15	26496,06	26499,32	1,27	0,02	577,29	-	26496,06
SD18	13892,74	14323,04 ^b	120	14323,04	27,95	120,25	14202,53	14205,07	2,25	-0,82	834,60	0,10	14199,22
SD19	19584,84	20157,10 ^b	144	20157,10	11,95	144,55	19995,69	20007,52	2,16	-0,74	1524,67	0,16	19991,18
SD20	38901,37	39722,86 ^b	180	39722,86	11,02	180,00	39635,51	39647,61	1,92	-0,19	1563,38	0,32	39635,51
SD21	11254,83	11271,06 ^c	216	11458,76	111,56	216,35	11345,68	11365,37	0,98	0,84	5034,56	-	11345,68
Média					8,91				0,96	-0,03	591,62	14,67	

* - Solução ótima

a - Archetti et al. [3]

b - Aleman et al. [1]

c - Derigs et al. [9], PC 3,0 GHz, uma única execução

d - Pentium 4, 2,8 GHz, uma única execução, Avg. cTime (s): 3,73

Resultados - Resumo

Conjunto	#Instâncias	#Melhores	#Empates	Avg. Gap (%)	Avg. Time (s)	Avg. Time BKS (s)
Belenguer [5] ^{a,c}	25	18	7	-1,87	63,77	1,50
Belenguer [5] ^a	25	22	3	-1,46	75,97	1,69
Campos [7] ^a	49	44	5	-2,23	925,59	3,06
Archetti [4] ^a	42	36	-	-2,81	1159,19	2,68
Chen [8] ^a	21	7	5	-0,02	504,44	16,41*
Belenguer [5] ^{b,c}	25	13	12	-0,32	56,87	9,47
Belenguer [5] ^b	25	22	3	-1,13	74,51	1,39
Campos [7] ^b	49	40	9	-0,41	872,02	63,55
Archetti [4] ^b	42	36	5	-1,22	1062,86	44,74*
Chen [8] ^b	21	5	6	-0,03	591,62	14,67*
Total	324	243	55			

a - PRVEF-FL

b - PRVEF-FI

c - Custos arredondados

* - Desconsiderando as instâncias em que o SplitILS não foi capaz de encontrar ou melhorar a BKS

Conclusões

- Este trabalho propôs uma heurística *multi-start* baseada na metaheurística ILS e no procedimento RVND para o PRVEF;
- A abordagem desenvolvida é simples e sua eficácia, em termos de qualidade das soluções, foi demonstrada por meio de experimentos realizados em quatro conjuntos de instâncias, compostos por 324 problemas-teste com até 288 clientes;
- O método apresentado foi capaz de melhorar o resultado de 243 soluções e de chegar à mesma solução conhecida em outras 55 instâncias.



Parque da Cidade – Niterói/RJ



Vista da trilha do Costão de Itacoatiara – Niterói/RJ

Quem tiver interesse neste ou em outros problemas de Roteamento e Scheduling de Veículos, e/ou deseja fazer um Mestrado ou Doutorado ou Pós-doutorado no IC-UFF neste tema.....

Contato:

Luiz Satoru Ochi

<http://www.ic.uff.br/~satoru>

e-mail: satoru@ic.uff.br, ou, luiz.satoru@gmail.com

Obrigado!!